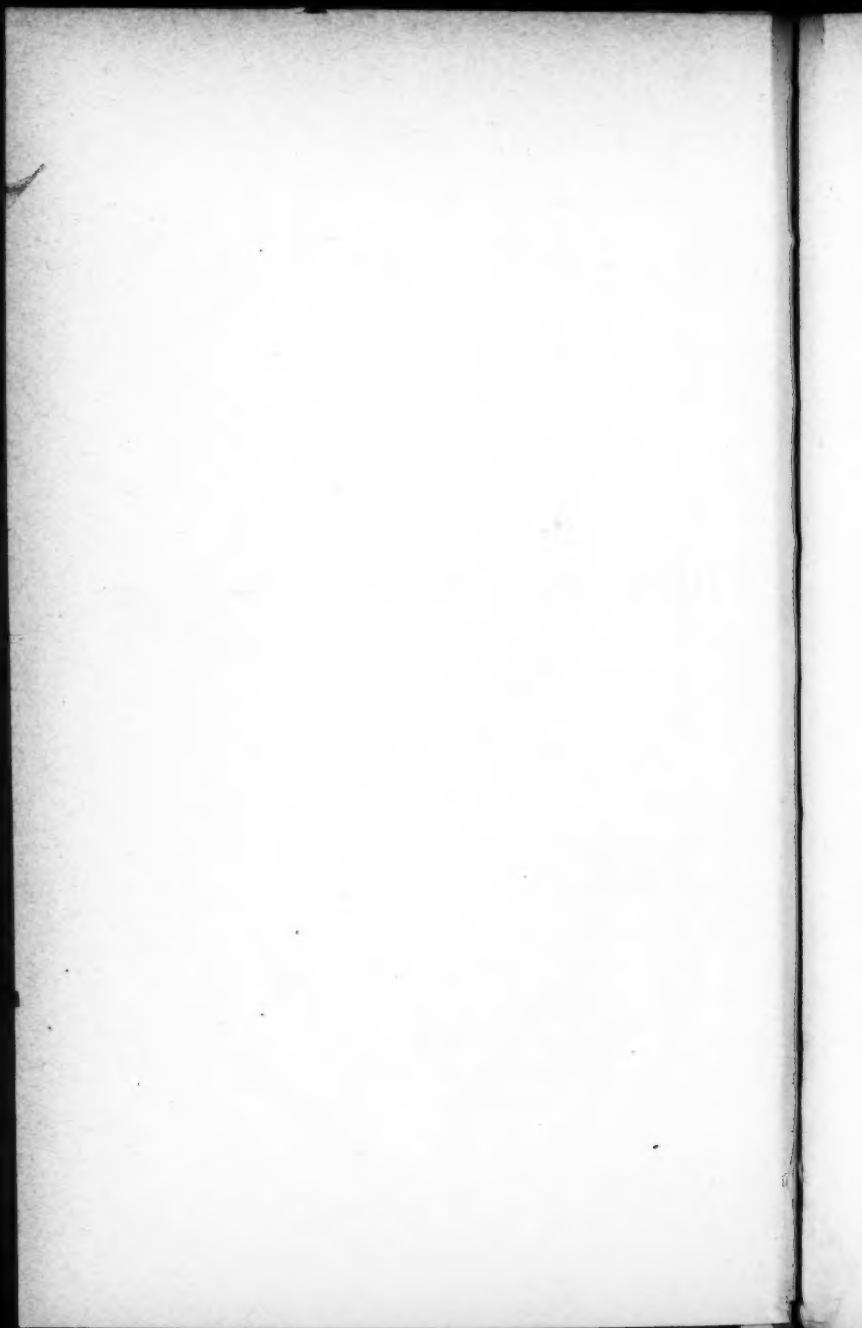


ANNALEN  
DER  
PHYSIK UND CHEMIE.

---

BAND CXLVII.



ANNALEN  
DER  
P H Y S I K  
UND  
C H E M I E.



FÜNFTE REIHE.

HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

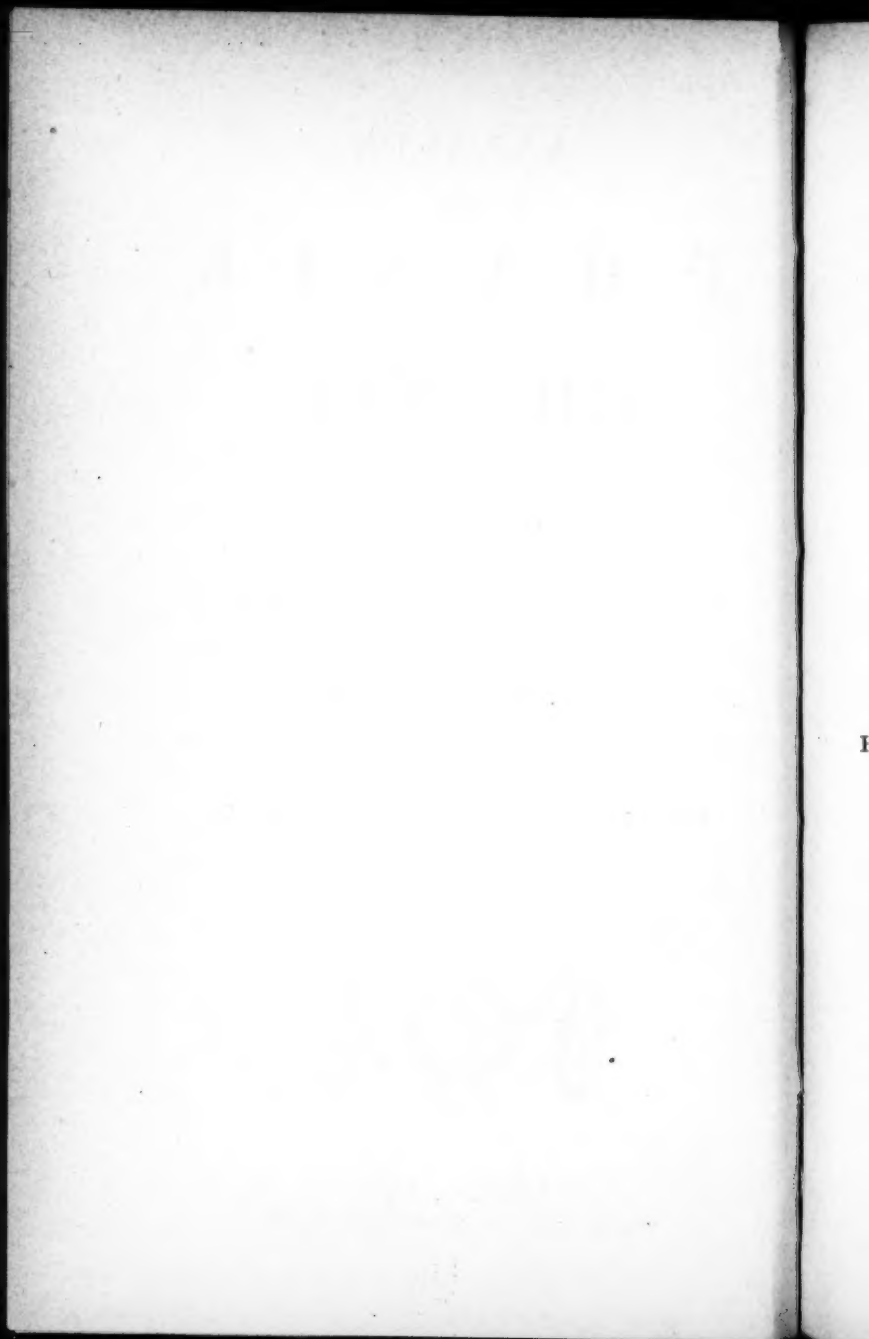
SIEBENUNDZWANZIGSTER BAND.

NEBST SECHS FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1872.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH.





ANNALEN  
DER  
P H Y S I K  
UND  
C H E M I E.



HERAUSGEGEBEN ZU BERLIN

VON

J. C. POGGENDORFF.

HUNDERTSIEBENUNDVIERZIGSTER BAND.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERTUNDDREIUNDZWANZIGSTER.

NEBST SECHS FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1872.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

I.

va

In  
ein  
Er  
ran  
zu  
klä  
me  
an  
sine  
tati  
gel  
von  
erh  
sell  
hau  
und  
Un  
gel  
die  
we  
Fo  
gro  
leu  
Au  
als  
F

---

**I. Versuche und Rechnungen zur Bestimmung  
der Bahnen des Bumerangs;  
von Werner Stille in Marine, Staat Illinois.**

---

In No. 5 dieser Annalen des Jahrgangs 1869 findet sich eine interessante und lehrreiche Abhandlung von Dr. E. O. Erdmann, betitelt „Erklärung der Bahnen des Bumerangs“. Diese Abhandlung scheint die erste Untersuchung zu enthalten, welche eine einigermaßen befriedigende Erklärung der paradoxen Bahnen giebt, welche das Instrument beschreibt. Aber es fehlt noch ein wesentlicher Theil an der Lösung des Problems. Die Erklärungen Erdmann's sind nämlich nur qualitativer Art, es fehlt noch die quantitative Untersuchung. Das Problem kann erst dann als gelöst angesehen werden, wenn wir die Gleichungen der von dem Instrumente beschriebenen Curven besitzen. Es erhebt sich aber sofort die Frage, ob die Berechnung derselben nach dem heutigen Stande der Wissenschaft überhaupt geleistet werden kann, denn obgleich Mathematiker und Physiker dies Problem schon oft zum Gegenstand der Untersuchung gemacht haben, ist die Lösung bisher nicht gelungen und zwar hauptsächlich aus dem Grunde, weil die Theorie des Widerstandes der Flüssigkeiten noch zu wenig ausgebildet ist. Außerdem möchte doch auch die Form des Instruments der mathematischen Behandlung große Schwierigkeiten entgegensetzen, was sofort einleuchtet, wenn man bedenkt, daß der Bumerang von den Australiern aus freier Hand verfertigt, daß das Instrument also mehr oder weniger unregelmäßig geformt ist, so daß

sich kein mathematisches Bildungsgesetz dieser Gestalt wird angeben lassen. Auch findet sich in Erdmann's Aufsatz die Angabe, daß Prof. Mac Cullagh in der Sitzung der irischen Akademie am 22. Mai 1837 die Bemerkung gemacht habe, die gegenseitige Einwirkung der Luft und eines in derselben rotirenden Körpers sey ein Problem, das die gegenwärtigen Kräfte der Mechanik weit überschreite.

Wenn ich dennoch die Lösung dieses Problems zu unternehmen wage, so geschieht es, weil die genannten Schwierigkeiten weit größer scheinen als sie sind, wie sich sogleich zeigen wird. Was zuerst die Form des Instruments anlangt, so ist bekannt, daß die Bumerangs keineswegs einander sehr ähnlich sehen; ein Blick auf die Zeichnungen, die Erdmann's Abhandlung begleiten, zeigt das sofort. Es wird uns also erlaubt seyn, ein ähnliches Instrument herzustellen, indem wir uns einer der gegebenen Formen mehr oder weniger anschließen, zugleich aber ein bestimmtes Bildungsgesetz annehmen, nach welchem unser künstlicher Bumerang gebildet ist. Der Einwand, daß ein nachgebildeter Bumerang kein „echtes“ Instrument sey, ist nicht triftig, da der „echte“ Bumerang gar keine fest bestimmte Form besitzt, da er ja mit rohen Instrumenten und nach Augenmaafs hergestellt ist. Außerdem zeigen meine Versuche, von welchem sogleich die Rede seyn wird, daß die nachgebildeten Bumerangs dieselben überraschenden Bahnen beschreiben wie die echten.

Die andere Hauptschwierigkeit, nämlich die mangelhafte Ausbildung der Theorie des Widerstandes der Luft, ist durch neuere Untersuchungen so weit beseitigt wie für unsern Zweck ausreicht, wie dies weiter unten gezeigt werden soll.

#### Versuche.

Die Ueberzeugung, daß es leicht gelingen müsse, einen Bumerang nachzumachen, welcher die gleichen Curven beschreiben werde wie ein echtes, australisches Instrument, veranlaßte mich zu Versuchen. Ich nahm das Instrument

No. 1 unter Erdmann's Zeichnungen, als Muster und schnitt aus *Hickory*-Holz <sup>1)</sup> einen Bumerang mit welchem ich meine ersten Versuche machte. Der Wurf „links herum“ gelang sehr bald; dann auch der Horizontalwurf, von welchem Erdmann sagt, daß er wahrscheinlich auf der Känguru-Jagd vielfach Anwendung finde. Aber die Freude hatte bald ein Ende. Als ich nämlich eines Tages wieder auf die Prairie gegangen war, um die Wurfübungen fortzusetzen, schoß nach gelungenem Wurf, das Instrument aus bedeutender Höhe mit einem Ende auf sehr festen Boden und zerbrach. Jetzt beschloß ich, die Vorstellung durch den Versuch zu prüfen, daß die vermeintliche hyperbolische Gestalt des Instrumentes, welcher man früher so viel Bedeutung zugeschrieben hat, ganz unwesentlich ist, wie Erdmann sehr richtig bemerkt. Das Wesentliche an dem Instrument ist nämlich die windschiefe Fläche. Legt man den Bumerang auf den Tisch, so ist die windschiefe Fläche dem Tische zugewendet und berührt diesen nur an drei Punkten. Rotirt das Instrument in der Luft, so wirkt diese Fläche ähnlich wie eine Schraube oder wie die Flügel einer Windmühle. Um ein neues Instrument herzustellen, nahm ich ein Modell wie es die Wagenmacher zum Ausschneiden von Wagenfelgen benutzen. Es hatte also die Gestalt der Fig. 1, Taf. I. *ACB* ist ein Kreisbogen, dessen Radius 22 Zoll, *DE* ein zweiter, concentrischer Kreisbogen, dessen Radius 20 Zoll, so daß also die Breite *AD* gleich 2 Zoll wurde. Die Länge der Sehne *AB* ward gleich 26 Zoll genommen. Die Dicke des Holzes betrug  $\frac{1}{2}$  Zoll. Ich wählte wieder *Hickory*-Holz. Die Kanten wurden nun gut zugeschärft, so jedoch, daß die untere Seite des Instruments völlig eben blieb, daß also der Querschnitt desselben die Gestalt erhielt die nebenste-  

*A*  *D* hende Figur zeigt. Jetzt wurde dies so geformte

1) Das *hickory* ist in der Botanik bekannt als *carya*; die Species *carya alba*, die ich wählte, ist hier zu Lande ein wegen ihrer Festigkeit und Zähigkeit sehr geschätztes Nutzholz. Man braucht es besonders zu Speichen, Wagenaxen etc.

Stück Holz in einen Kessel mit siedendem Wasser gelegt, und das Wasser zwei Stunden im Sieden erhalten. Als das Holz auf diese Weise gehörig erweicht war, wurde es so in Schrauben eingespannt, daß die untere Fläche windschief wurde und zwar näherungsweise dieselbe Windung zeigte, wie die echten Instrumente. Wurde, nachdem das Instrument trocken geworden, das Ende *AD* auf den Tisch gedrückt, so bildete die Linie *BE* einen Winkel von ungefähr 20 Grad mit der Ebene der Tischplatte. Zuerst wurden nun die charakteristischen Würfe mit dem Bumerang in dieser Gestalt ausgeführt, dann, um die Waffe besser mit der Hand fassen zu können, wurden die Enden etwas zugespitzt, wie die punktirten Linien andeuten. Zu meiner Befriedigung gelangen die Würfe auch mit diesem Instrumente ganz gut.

Um nun die hieher gehörigen Rechnungen auszuführen, habe ich dem Bumerang nach und nach verschiedene Gestalten gegeben und bin schließlich bei einer Form stehen geblieben, die, wie ich erst gefunden habe, nachdem schon die Rechnungen gemacht waren, sehr nahe dieselbe ist, welche ein australisches Instrument besitzt, das sich in der Sammlung von Merkwürdigkeiten des *Shurtleff College* in *Alton* befindet. Dies ist der erste australische Bumerang, der mir überhaupt zu Gesicht gekommen ist, und ich war angenehm überrascht zu sehen, daß er nahezu dieselbe parabolische Form besitzt, die ich zu den folgenden Rechnungen benutzt habe.

#### Theorie des Luftwiderstandes.

In den Lehrbüchern der Mechanik findet man meist sehr dürftige Angaben über den Widerstand von Flüssigkeiten. So giebt Poisson

$$R = \sigma \cdot \rho \cdot v^2$$

wo *R* der Druck der Flüssigkeit auf die Einheit der Fläche des bewegten Körpers, *v* seine Geschwindigkeit, *ρ* die Dichtigkeit der Flüssigkeit und *σ* ein von der Gestalt des Körpers abhängiger constanter Factor ist, der durch Versuche

bestimmt werden muß. Die Theorie des Einflusses der Gestalt des Körpers auf den Widerstand fehlt also gänzlich. Aehnlich giebt Navier

$$R = k . \varrho . \Omega . U^2$$

wo  $\Omega$  der grösste Querschnitt des bewegten Körpers ist,  $U$  seine Geschwindigkeit,  $\varrho$  die Dichtigkeit des Fluidums und  $k$  eine Constante, die durch Versuche ermittelt werden muß. Wiederum fehlt alle Theorie des Einflusses der Gestalt des Körpers. Duhamel giebt eine brauchbarere Formel, nämlich

$$R = \varrho . \omega . v^2 . \sin \theta$$

wo  $\omega$  der Flächeninhalt der *Projection* der von dem Flüssigkeitsstrahl getroffenen Oberfläche auf eine Ebene bedeutet, welche senkrecht auf der Richtung der Bewegung steht,  $\theta$  ist der Winkel, welchen die Ebene, die vom Flüssigkeitsstrahl getroffen wird, mit der Richtung der Bewegung einschließt. Diesen Ausdruck erhält man unter der Voraussetzung, daß die Flüssigkeit, welche auf die Ebene stößt, dieser Ebene entlang abfließt, welche Voraussetzung um so näher erfüllt seyn wird, je langsamer die Bewegung ist. Aber dieser Ausdruck bedarf noch einer Modification, um für unsern gegenwärtigen Zweck brauchbar zu seyn, nämlich der, daß die Gleichung noch richtig bleibe, wenn wir sehr kleine Flächenstücke betrachten. Diese Voraussetzung macht auch Jullien in seinen vortrefflichen *problèmes de mécanique rationnelle*, T. II, p. 544, wo von dem Druck des Windes auf die Mühlenflügel die Rede ist. Ist nun  $ds$  das Element der Fläche, also  $ds . \sin \theta = \omega$  die Projection des Elements auf die Ebene, welche auf der Bewegungsrichtung senkrecht steht, so werden wir ohne merklichen Fehler für die immerhin nur geringen in Betracht kommenden Geschwindigkeiten setzen dürfen

$$dR = \varrho . v^2 . \sin^2 \theta . ds$$

als gültig für jedes Flächenelement.

## Form des Bumerangs.

In Fig. 2, Taf. I sey  $ABC$  eine Parabel, deren Brennpunkt in  $F$  liege und deren Polargleichung

$$r = \frac{\frac{1}{2}p}{1 + \cos \theta}$$

Die Curve  $A'B'C'$  sey die eine Aequidistante, so daß die Breite der Figur  $AA' = BB' = CC' = b$  ist. Dann soll die Figur  $ABCC'B'A'$  die Gestalt unseres Bumerangs seyn, von oben gesehen, wenn er auf einer Tischplatte liegt. Genauer ausgedrückt, sey dies die Gestalt des Instrumentes bevor die Drehung stattgefunden hat, welche wir annehmen, um die windschiefe Fläche zu erzeugen. Diese Drehung geschah nun auf folgende Weise. Auf der Parabel  $ABC$  denke man sich eine große Anzahl von Stäben befestigt, welche alle senkrecht auf der Ebene des Papiers stehen. Nun werden diese Perpendikel gegen die Ebene des Papiers geneigt, so daß, wenn  $ML$  ein solches Perpendikel ist, es sich der Normale  $MN$  nähert, indem die Ebene  $LMN$  senkrecht auf der Ebene des Papiers steht und der Winkel  $LMN = \psi$  kleiner als 90 Grad wird. Bleibt nun  $LM$  rechtwinklig auf dem Element der Fläche des Bumerangs, so wird dieser offenbar so gedreht, daß eine windschiefe Fläche entsteht. Die Neigung der Perpendikel gegen die Papierebene soll nun so geschehen, daß

$$\cos \psi = c \cdot \sin \chi$$

wo wir mit  $\chi$  den Winkel  $MNB$  bezeichnen, welchen die Normale mit der Axe der Figur einschließt. Für den Punkt  $B$  ist  $\chi = 180^\circ$ , also  $\cos \psi = 0$ , d. h. in diesem Punkte findet gar keine Drehung statt. Geht man über  $B$  hinaus nach  $C$  zu, so ändert  $\cos \psi$  das Zeichen, die Perpendikel auf das Instrument bilden Winkel mit der Papierebene, welche (in der gleichen Richtung gemessen) größer als 90 Grad sind. Die Bestimmung der Constante  $c$  hat im Augenblick noch kein Interesse, sie wird weiterhin erörtert.



Wir wollen nun die Länge der Schenkel  $BAA'B'$  und  $BCC'B'$  so wählen, daß der Schwerpunkt des Instruments im Brennpunkte  $F$  zu liegen kommt. Diese Forderung ist leicht mit hinreichender Genauigkeit zu erfüllen. Spannt man nämlich zwei Fäden, die am Instrumente selbst befestigt sind und die sich im Brennpunkt  $F$  schneiden, so braucht man nur durch successives Aufhängen des Instrumentes und Abschneiden von den Enden  $AA'$  und  $CC'$  es dahin zu bringen, daß wenn das Instrument ruhig hängt, der Punkt  $F$  in der Verlängerung des Fadens liegt, an welchem das Instrument hängt. Bekanntlich findet man ja auf sehr einfache Weise den Schwerpunkt eines Körpers dadurch, daß man ihn nach einander zwei Mal an einem Faden aufhängt, welcher jedes Mal an einem andern Punkte befestigt ist. Da jedes Mal der Schwerpunkt in der Verlängerung des Fadens liegt, so ist derjenige Punkt des Körpers der Schwerpunkt, in welchen die beiden Richtungen des Fadens sich schneiden. Macht man nun zuerst die Schenkel ein wenig zu lang, so wird man es durch Abschneiden bald dahin bringen, daß der Schwerpunkt genau genug in  $F$  liegt.

Druck der Luft auf den Bumerang.

1) Um zuerst den einfachsten Fall zu betrachten, werde das Flächenelement in welchem der Punkt  $M$  Fig. 3, Taf. I liegt (dessen Länge  $MM'$  in der Normalen  $MN$  liegt, und dessen Breite unendlich klein ist), von einem Luftstrom getroffen, welcher in der Ebene des Papiers liegt, welche Ebene künftig die Primär-Ebene heißen soll. Dieser Luftstrom sey außerdem der Axe der Figur  $BN$  parallel, seine Richtung sey  $MR$ , dann werden wir für den Druck auf das Flächenelement  $ds$  haben

$$dR = \rho \cdot v^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot ds$$

wo  $\varphi$  der Winkel ist, welchen das Flächenelement mit der Richtung  $MR$  bildet. Um nun  $\sin \varphi$  durch  $\theta$ ,  $\psi$  und  $\chi$  auszudrücken, haben wir

$$\sin \varphi = \cos LMR = \cos \psi \cdot \cos \chi$$

wo wieder  $LMN = \psi$  und  $MNB = \chi$  ist.  $LN$  ist ein Perpendikel auf die Primärebene, also

$$dR = \rho \cdot v^2 \cdot \cos^2 \psi \cdot \cos^2 \chi \cdot ds$$

aber

$$ds = MN \cdot d\chi \cdot b - b \cdot d\chi \cdot b,$$

wo  $b$  die Breite des Instruments, nämlich  $b = MM'$  ist. Nun ist  $MN$  die Normale  $= \sqrt{MP^2 + NP^2}$ ; aber  $NP$ , die Subnormale der Parabel, ist eine Constante, ist gleich  $\frac{1}{2}p$ . Ferner ist  $MP = r \cdot \sin \theta$ , also

$$ds = \sqrt{\frac{p^2}{4} + r^2 \cdot \sin^2 \theta} \cdot b \cdot d\chi - b^2 \cdot d\chi.$$

Ferner ist

$$r \cdot \sin \theta = \frac{p}{2} \operatorname{tg} \chi; \quad \sqrt{\frac{p^2}{4} + r^2 \sin^2 \theta} = \frac{p}{2} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \chi} = \frac{p}{\cos \chi}$$

$$ds = \left( \frac{\frac{p}{2} b}{\cos \chi} - b^2 \right) d\chi$$

und da ferner

$$\cos^2 \psi = c \cdot \sin^2 \chi,$$

so kommt

$$(1) \quad dR = \rho \cdot v^2 \cdot c^2 \cdot \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \chi \cdot \left( \frac{\frac{p}{2} b}{\cos \chi} - b^2 \right) d\chi.$$

2) Wir wollen jetzt den Fall betrachten, wo der Luftstrom noch in der Primärebene enthalten, aber der Axe  $BN$  nicht mehr parallel ist. Bewege sich der Schwerpunkt  $F$  parallel der Linie  $KM$ , so wird das Element  $ds$ , in welchem  $M$  liegt, von einem Luftstrom getroffen, dessen Richtung  $MK$  ist. Nennen wir wieder die Geschwindigkeit des Schwerpunkts  $v$  und findet keine Rotation statt, so haben wir wieder den allgemeinen Ausdruck

$$dR = \rho \cdot v^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot ds$$

wo wieder  $\varphi$  als Function von  $\chi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  einzusetzen ist. Anstatt anzunehmen, der Schwerpunkt  $F$  bewege sich parallel der Linie  $KM$ , können wir auch annehmen, es habe eine Drehung des Instruments um den Schwerpunkt stattgefunden, dieser Punkt bewege sich noch nach derselben

Richtung, die anfangs der Symmetralen  $BN$  parallel war. Nennen wir nun die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , so wird der Winkel  $KMR = \omega t$ , wo  $t$  die Zeit bedeutet. Wir betrachten bloß denjenigen Druck, der aus der Bewegung des Schwerpunktes entsteht, nicht auch den, der aus der angenommenen Rotation entspringt. Nun ist

$$\sin \varphi = \cos KML = \cos \psi \cdot \cos (NMR - RMK) \\ = \cos \psi \cdot \cos (\chi - \omega t),$$

wobei ich noch einmal bemerken will, daß die Ebene  $LMN$  senkrecht auf der Primärebene steht, die Winkel  $NMR$  und  $RMK$  hingegen in der Primärebene liegen. Es kommt also, da wieder wie vorhin

$$ds = \left( \frac{\frac{pb}{2}}{\cos \chi} - b^2 \right) d\chi$$

$$dR = \rho \cdot v^2 \cdot \cos^2 \psi \cdot \cos^2 (\chi - \omega t) \cdot \left[ \frac{\frac{pb}{2}}{\cos \chi} - b^2 \right] \cdot d\chi$$

oder wenn man  $\cos^2 (\chi - \omega t)$  entwickelt

$$(2) \quad dR = c^2 \cdot \sin^2 \chi \cdot \rho \cdot v^2 \cdot \left( \frac{\frac{1}{2} pb}{\cos \chi} - b^2 \right) (\cos^2 \chi \cdot \cos^2 \omega t \\ + 2 \cdot \sin \chi \cdot \cos \chi \cdot \sin \omega t \cdot \cos \omega t + \sin^2 \chi \cdot \sin^2 \omega t) d\chi.$$

Wir haben in den Formeln (1) und (2)  $dR$  als Function von  $\chi$  dargestellt, weil die Formeln einfacher werden als wenn wir diese GröÙe etwa als Function von  $\theta$  ausdrücken.

3) *Rotation.* Wir wollen jetzt den Luftdruck betrachten, welcher aus der Rotation des Instruments allein hervorgeht. Da das Instrument sich um seinen Schwerpunkt  $F$  Fig. 4, Taf. I dreht, so wird die Richtung des Luftstroms in jedem Augenblick rechtwinklig auf  $FM$ , oder  $r$  stehen. Findet nun die Rotation in der Primärebene statt, so wird  $MW$ , welche Richtung senkrecht auf  $r$  steht, die Richtung des Luftstroms seyn. Unsere allgemeine Gleichung

$$dP = \rho \cdot v^2 \cdot ds \cdot \sin^2 \varphi$$

mufs wieder gelten, wo  $v$  in  $r\omega$  übergeht, wenn  $\omega$  die

Winkelgeschwindigkeit ist. Um  $\varphi$  durch  $\chi$  auszudrücken haben wir

$$\sin \varphi = \cos WML; \quad \cos NMW = \sin(\theta - \chi)$$

$$\sin \varphi = \cos \psi \cdot \sin(\theta - \chi)$$

$$\begin{aligned} dR &= \varrho \cdot r^2 \cdot \omega^2 \left( \frac{\frac{1}{2} p b}{\cos \chi} - b^2 \right) \cos^2 \psi \cdot \sin^2(\theta - \chi) d\chi \\ &= \varrho \cdot r^2 \cdot \omega^2 \left( \frac{\frac{1}{2} p b}{\cos \chi} - b^2 \right) c^2 \cdot \sin^2 \chi [\sin \theta \cdot \cos \chi \\ &\quad - \cos \theta \cdot \sin \chi]^2 d\chi. \end{aligned}$$

Um nun  $\sin \theta$  und  $\cos \theta$  durch  $\chi$  auszudrücken, hat man  $\sin \theta = \frac{\frac{1}{2} p}{r} \cdot \operatorname{tg} \chi$  (bekannte Eigenschaft der Parabel)

$$\cos \theta = \frac{\frac{1}{2} p}{r} - 1 \quad \left( \text{aus der Gleichung der Parabel } r = \frac{\frac{1}{2} p}{1 + \cos \theta} \right)$$

$$r = \frac{\frac{1}{2} p}{\cos^2 \chi} \quad (\text{aus den letzten beiden Gleichungen}).$$

Und diesen Werth von  $r$  in die Ausdrücke für  $\sin \theta$  und  $\cos \theta$  eingesetzt, ist

$$\sin \theta = 2 \cdot \cos^2 \chi \cdot \operatorname{tg} \chi = 2 \cdot \sin \chi \cdot \cos \chi$$

$$\cos \theta = 2 \cdot \cos^2 \chi - 1.$$

So kommt also jetzt für  $dR$  der Ausdruck

$$\begin{aligned} dR &= \varrho \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot \left( \frac{\frac{1}{2} p b}{\cos \chi} - b^2 \right) \cdot c^2 \cdot \sin^2 \chi [2 \cdot \sin \chi \cdot \cos^2 \chi \\ &\quad - \sin \chi (2 \cos^2 \chi - 1)]^2 \\ &= \varrho \cdot \omega^2 \cdot \left( \frac{\frac{1}{2} p}{\cos \chi} \right)^2 \cdot \left( \frac{\frac{1}{2} p b}{\cos \chi} - b^2 \right) c^2 \cdot \sin^2 \chi (4 \cdot \sin^2 \chi \cdot \cos^4 \chi \\ &\quad - 4 \cdot \sin \chi \cdot \cos^3 \chi (2 \cdot \cos^2 \chi - 1) \cdot \sin \chi \\ &\quad + (2 \cdot \cos^2 \chi - 1)^2 \sin^2 \chi) d\chi \\ &= \frac{\varrho \cdot \omega^2 \cdot c^2 \cdot p^3 \cdot b}{32} \left( 4 \cdot \sin^4 \chi \cdot \cos \chi - 4 \cdot \frac{\sin^4 \chi}{\cos \chi} (2 \cdot \cos^2 \chi - 1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin^4 \chi}{\cos^3 \chi} (2 \cdot \cos^2 \chi - 1)^2 \right) d\chi \\ &\quad - \frac{\varrho \cdot \omega^2 \cdot c^2 \cdot p^3 \cdot b^2}{16} \left( 4 \cdot \sin^4 \chi \cdot \cos^2 \chi - 4 \cdot \sin^4 \chi (2 \cdot \cos^2 \chi - 1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sin^4 \chi}{\cos^2 \chi} (2 \cdot \cos^2 \chi - 1)^2 \right) d\chi. \end{aligned}$$

$$dR = \frac{\varrho \cdot \omega^2 \cdot c^2 p^3 b}{32} \left( 4 \cdot \sin^4 \chi \cdot \cos \chi - 8 \sin^4 \chi \cdot \cos \chi + 4 \cdot \frac{\sin^4 \chi}{\cos \chi} \right. \\ \left. + 4 \cdot \sin^6 \chi \cdot \cos \chi - 6 \frac{\sin^4 \chi}{\cos \chi} + \frac{\sin^4 \chi}{\cos^3 \chi} \right) d\chi \\ - \frac{\varrho \cdot \omega^2 \cdot c^2 p^3 b^2}{16} \left( 4 \cdot \sin^4 \chi \cdot \cos^2 \chi - 8 \sin^4 \chi \cdot \cos^2 \chi + 4 \cdot \sin^4 \chi \right. \\ \left. + 4 \cdot \sin^4 \chi \cdot \cos^2 \chi - 4 \cdot \sin^4 \chi + \frac{\sin^4 \chi}{\cos^2 \chi} \right) d\chi.$$

Und läßt man nun diejenigen Glieder aus, welche sich aufheben, so kommt die weit einfachere Gleichung

$$(3) \quad dR = \frac{p^3 \cdot b \cdot c^2 \cdot \varrho \cdot \omega^2}{32} \cdot \frac{\sin^4 \chi}{\cos^3 \chi} d\chi - \frac{p^3 \cdot b^2 \cdot c^2 \cdot \varrho \cdot \omega^2}{16} \cdot \frac{\sin^4 \chi}{\cos^3 \chi} d\chi.$$

Diese Gleichung bedarf noch einer Erörterung. Da das Element der Fläche ein unendlich schmaler Streifen ist, welcher die Länge  $b$  in der Richtung  $MN$  besitzt, so ist es nicht strenge richtig zu setzen  $v = r\omega$ , wie wir gethan haben. Strenge genommen sollten wir den Mittelpunkt des Druckes auf der Strecke  $b$  suchen und dann  $r$  um die entsprechende Gröfse vermindern, da doch  $r$  dem Punkte  $M$  zugehört. Doch wird diese Gröfse, um welche  $r$  verkleinert werden müßte, offenbar kleiner seyn müssen als  $\frac{1}{2}b \cdot \sin WMN$  d. h. kleiner als  $\frac{1}{2}b \cdot \cos(\theta - \chi)$ . Da nun der Druck, welcher aus der Rotation entspringt, für das Element, in welchem der Punkt  $B$  liegt, gleich Null ist, und nach den beiden Enden hin zunimmt, wegen der Krümmung der Fläche; so wird es erlaubt seyn  $r$  als den Halbmesser anzusehen, welcher den Mittelpunkt des Drucks mit dem Schwerpunkt des Instruments verbindet. Wollte man aber unsere Vereinfachung nicht zulassen, so könnte man dadurch zum Ziel kommen, zu einem für praktische Zwecke völlig ausreichenden Resultat, daß man die Parabel so in die Mitte der Figur legte, wie durch die punktirte Linie angedeutet ist, so daß also  $ABC$  eine äußere und  $A'B'C'$  eine innere Aequidistante wäre. Wir wollen also die Gleichung (3) als genügend richtig ansehen.

4) *Allgemeiner Ausdruck* für den Druck auf das Element der Fläche. Um nun den allgemeinsten Fall des

Druckes durch einen Luftstrom zu betrachten, möge die Primärebene eine beliebige Lage zu drei rechtwinkligen Axen haben, auf welche wir die Bewegung des Bumerangs beziehen. Ferner möge die Richtung der Bewegung des Schwerpunktes drei beliebige Winkel  $\alpha, \beta, \gamma$  mit diesen drei Coordinatenaxen bilden. Der allgemeine Ausdruck

$$dR = \rho \cdot v^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot ds$$

wird noch immer gelten. Wir wollen ihn aber jetzt schreiben;

$$dR = \rho \cdot v^2 \cdot \cos^2 \varphi' \cdot ds$$

indem  $\varphi'$  den Winkel bedeutet, welchen die Richtung des Luftstroms mit dem Perpendikel auf das Element der Fläche einschließt. Um nun  $\cos \varphi'$  als Function der Dimensionen des Instrumentes, so wie seiner Lage auszudrücken, wollen wir die Richtung des Luftstromes auf die Primärebene projiciren und auf eine zweite Ebene, welche senkrecht auf der Primärebene steht und in welcher die Symmetrale  $BN$  der Fig. 5, Taf. I enthalten ist, so daß also  $BN$  der Durchschnitt der beiden Ebenen ist.

Seyen die beiden Projectionsgleichungen der Richtung des Luftstromes

$$z = ax + b; \quad y = kx + l.$$

Nun wollen wir auch das Perpendikel  $ML$  auf dieselben Ebenen projiciren, Die Projectionsgleichungen desselben seyen

$$z = mx + p; \quad y = nx + q$$

so lehrt die analytische Geometrie, daß

$$\cos \varphi' = \frac{1 + am + kn}{\sqrt{1 + a^2 + k^2} \sqrt{1 + m^2 + n^2}}$$

Sey nun  $ML$  ein Perpendikel auf die Primärebene,  $RW$  die Richtung des Luftstroms,  $QL$  und  $RN$  die verticale und  $f$  die horizontale Projection desselben,  $MN$  die horizontale Projection des Perpendikels  $ML$ ;  $PL$  die verticale Projection von  $ML$ . Dann ist  $MLR = \varphi'$ , ferner  $n = \operatorname{tg} \chi$  und  $m = \operatorname{tg} LPN$ . Aber

$$\sin \psi = \cos \psi \cdot \cos \chi \cdot \operatorname{tg} L R N$$

$$m = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\cos \chi} = \frac{\sin \psi}{c \cdot \sin \chi \cdot \cos \chi}.$$

Ferner ist  $k = \operatorname{tg} R N B$ . Da nun, wie ja die Beobachtung lehrt, die Komponente der Richtungsänderung der Bahn, welche in der Primärebene liegt, für eine Umdrehung des Instruments um seinen Schwerpunkt, sehr gering ist, so dürfen wir den Winkel, der diese Richtungsänderung ausdrückt, gegen  $2\pi$  vernachlässigen und setzen  $R N B = \omega t$ , wo  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit,  $t$  die Zeit ist.

Wir wollen nun den Winkel  $R L N$  einführen, welchen der Luftstrom mit dem Perpendikel auf die Primärebene einschließt. Dieser Winkel heiße  $\delta$ , dann ist

$$\cos \delta = \sin \delta \cdot \cos \omega t \cdot \operatorname{tg} L O N = \sin \delta \cdot \cos \omega t \cdot a.$$

$$a = \frac{\operatorname{cotg} \delta}{\cos \omega t}.$$

Führen wir nun alle diese Größen in den Ausdruck für  $\cos \varphi'$  ein, so ist

$$\begin{aligned} \cos^2 \varphi' &= \frac{\left(1 + \frac{\operatorname{cotg} \delta}{\cos \omega t} \cdot \frac{\sin \psi}{c \cdot \sin \chi \cdot \cos \chi} + \operatorname{tg} \omega t \cdot \operatorname{tg} \chi\right)^2}{\left(1 + \frac{\operatorname{cotg}^2 \delta}{\cos^2 \omega t} + \operatorname{tg}^2 \omega t\right) \left(1 + \frac{\sin^2 \psi}{c^2 \cdot \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \chi} + \operatorname{tg}^2 \chi\right)} \\ &= \frac{\cos^2 \omega t \cdot \cos^2 \chi \left(1 + \frac{\operatorname{cotg} \delta}{\cos \omega t} \cdot \frac{\sin \psi}{c \cdot \sin \chi \cdot \cos \chi} + \operatorname{tg} \omega t \cdot \operatorname{tg} \chi\right)}{(1 + \operatorname{cotg}^2 \delta) (1 + \operatorname{tg}^2 \psi)} \end{aligned}$$

Da aber

$$1 + \operatorname{tg}^2 \psi = 1 + \frac{1 - c^2 \sin^2 \chi}{c^2 \cdot \sin^2 \chi} = \frac{1}{c^2 \cdot \sin^2 \chi}$$

so ist

$$\begin{aligned} \cos^2 \varphi' &= \frac{c^2 \cdot \sin^2 \chi \cdot \cos^2 \omega t \cdot \cos^2 \chi}{1 + \operatorname{cotg}^2 \delta} \left(1 + \frac{\operatorname{cotg} \delta}{\cos \omega t} \cdot \frac{\sin \psi}{c \cdot \sin \chi \cdot \cos \chi} + \operatorname{tg} \omega t \cdot \operatorname{tg} \chi\right)^2 \\ &= \frac{c^2 \cdot \sin^2 \chi}{1 + \operatorname{cotg}^2 \delta} \left(\cos \omega t \cdot \cos \chi + \operatorname{cotg} \delta \cdot \frac{\sqrt{1 - c^2 \cdot \sin^2 \chi}}{c \cdot \sin \chi} + \sin \omega t \cdot \sin \chi\right)^2 \end{aligned}$$

Also

$$(4) \quad dR = \rho \cdot v^2 \left( \frac{\frac{1}{2} p b}{\cos \chi} - b^2 \right) \frac{c^2 \cdot \sin^2 \chi}{1 + \cotg^2 \delta} (\cos \omega t \cdot \cos \chi + \cotg \delta \cdot \frac{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \chi}}{c \cdot \sin \chi} + \sin \omega t \cdot \sin \chi)^2 d\chi.$$

Soll dieser Ausdruck allgemein den Druck angeben, der auf ein Element der Fläche des Bumerangs wirkt in Folge der Bewegung des Schwerpunkts des Instruments in seiner Bahn, so muß darin die Gleichung (2) auf Seite 9 als specieller Fall enthalten seyn. In der That, sey wieder der Luftstrom der Primärebene parallel, so wird  $\delta = 90^\circ$  und  $\cotg \delta = 0$ . Dann haben wir genau wie in Gl. (2).

$$dR = \rho \cdot v^2 \left( \frac{\frac{1}{2} p b}{\cos \chi} - b^2 \right) c^2 \cdot \sin^2 \chi (\cos \omega t \cdot \cos \chi + \sin \omega t \cdot \sin \chi)^2 d\chi.$$

Einfluß des Luftdrucks auf die Bewegung des Bumerangs.

Wir haben die Differentialgleichungen für zweierlei Arten von Luftdruck gefunden, nämlich für denjenigen Druck, welcher aus der Rotation des Instruments entsteht, und den, der von der Bewegung des ganzen Instruments in seiner Bahn, abgesehen von der Rotation, herrührt. Die erste Art des Druckes wollen wir durch den Index  $w$  von der andern unterscheiden, welche den Index  $v$  haben mag, so daß  $dR_{(w)}$  und  $dR_{(v)}$  diese Druckkräfte darstellen. Wir wollen nun untersuchen wie diese Kräfte auf das Instrument wirken. Zuerst leuchtet ein, daß  $dR_{(w)}$  nicht von der Bahn abhängt, welche das Instrument beschreibt, sondern (für dasselbe Instrument) sich nur mit der Winkelgeschwindigkeit ändert. Dies zeigt auch die Gleichung (3). Nun wollen wir  $dR_{(w)}$  in zwei Componenten zerlegen, wovon die eine in der Primärebene enthalten ist und die andere senkrecht auf derselben steht. Diese beiden Componenten werden  $dR_{(w)} \cdot \cos \psi$  und  $dR_{(w)} \sin \psi$  seyn. Zuerst betrachten wir

$dR_{(w)} \cdot \sin \psi$ . Diese Kräfte wirken sämmtlich in der gleichen Richtung, nämlich senkrecht auf die Primärebene. Sie sind nun völlig gleichmäßig um die Symmetrale vertheilt, so daß sie keine Drehung um die Symmetrale zu er-



zeugen streben. Ziehen wir aber in der Primärebene eine Linie, die senkrecht auf der Symmetralen steht und durch den Punkt  $F$  geht, so werden sich die Druckkräfte um diese Linie nicht das Gleichgewicht halten. Da nämlich der Druck, welcher aus der Rotation entspringt für das Element der Fläche, welche die Symmetrale durchschneidet, gleich Null ist und nach den Enden  $A$  und  $C$  hin immer zunimmt, so wird der Mittelpunkt aller dieser Drucke auf der Symmetralen um eine Strecke  $\chi_1$  nach Rechts von  $F$ , nach unserer Zeichnung, liegen. Die Strecke  $\chi_1$  wird durch die Gleichung bestimmt

$$\chi_1 = \frac{\int dR_{(s)} \cdot \sin \psi \cdot r \cdot \cos \theta}{\int dR_{(s)} \cdot \sin \psi}$$

ganz nach Art der Berechnung des Schwerpunkts von ebenen Flächen. Diese Integrale müssen natürlich über das ganze Instrument ausgedehnt werden. Das Moment

$$\chi_1 \cdot \int dR_{(s)} \cdot \sin \psi$$

wird also eine Nutation hervorzubringen streben, während die Kraft  $\int dP_{(s)} \cdot \sin \psi$  das Instrument parallel der Rotationsaxe zu bewegen sucht.

$dR_{(s)} \cdot \cos \psi$  wirkt in der Richtung  $MN$  unserer Zeichnung. Diese Kräfte sind ganz gleichmäÙig um die Symmetrale vertheilt und unterstützen gegenseitig ihre Wirkung. Sie suchen die Winkelgeschwindigkeit zu vermindern und die Summe ihrer Momente in Beziehung auf die Rotationsaxe ist:

$$\begin{aligned} \int dR_{(s)} \cdot \cos \psi \cdot \cos [90 - (\theta - \chi)] \cdot r \\ = \int dR_{(s)} \cdot \cos \psi \cdot r \cdot \sin (\theta - \chi). \end{aligned}$$

$dR_{(s)} \cdot \sin \psi$ . Diese Kräfte wirken senkrecht auf die Primärebene, aber nicht in gleichem Sinn. Projiciren wir nämlich die Richtung des Luftstroms auf die Primärebene und ziehen in der Richtung dieser Projection eine Linie

durch den Punkt  $F$ , dann theilt diese Gerade das Instrument so in zwei Theile, daß die Momente der Drucke  $dR_{(r)} \cdot \sin \psi$  sich unterstützen; daß  $dR_{(r)}$  auf der einen Seite in positiver, auf der andern in negativer Richtung wirkt, wenn wir, um einen bestimmten Fall zu betrachten, die Primärebene horizontal liegend annehmen. Diese Kräfte werden also eine Drehung der Primärebene um die Richtung der Projection der Luftströmung als Axe zu erzeugen streben. Das Drehungsmoment jedes elementaren Druckes in Beziehung auf die Umdrehungsaxe wird seyn  $dR_{(r)} \cdot \sin \psi \cdot r$  und die Summe dieser Momente  $\int dR_{(r)} \cdot \sin \psi \cdot r$  für das ganze Instrument genommen.  $dR_{(r)} \cos \psi$  sucht die Geschwindigkeit  $v$  zu vermindern. Für die Richtung des Luftstroms beträgt dieselbe

$$dR_{(r)} \cdot \cos \psi \cdot \cos (\chi - wt),$$

senkrecht hierauf

$$dR_{(r)} \cdot \cos \psi \cdot \sin (\chi - wt.)$$

#### Bahnen des Bumerangs.

1) *Der Horizontalwurf.* Der Wurf ist, wie Erdmann bemerkt, derjenige, welcher vermuthlich von den Australiern am häufigsten auf der Jagd angewandt wird. Das Instrument fliegt fast horizontal, also in beinahe constanter Höhe über dem Erdboden dahin, indem es um seinen Schwerpunkt rotirt. Es bestreicht auf diese Weise eine ziemlich große Fläche, und trifft seine scharfe Kante die Hinterbeine eines „Bumers“, wie die männlichen Kängurus von den Australiern genannt werden, so wird das Thier zu Boden stürzen.

Um diesen Wurf auszuführen, wird der Bumerang an dem Ende mit der rechten Hand gefaßt, welches in unserer Zeichnung mit  $CC'$  bezeichnet ist, wird dann nach einem Punkte auf dem Boden geworfen, der eine Entfernung von etwa 30 bis 40 Fuß hat. Hiebei läßt man die Rotationsebene gegen den Horizont in folgender Weise

geneigt seyn. Führen wir die rechtwinkligen Coordinaten  $x, y, z$  ein, wo  $z$  vertical,  $x$  und  $y$  horizontal sind, während  $x$  der anfänglichen Richtung des Wurfs parallel ist, so ist der Schnitt der Primärebene mit der  $xy$ -Ebene eine der  $x$ -Axe parallele Gerade, welche zur Rechten des Anfangspunktes der Bewegung sich befindet. Die beiden Ebenen bilden einen Winkel von ungefähr 15 bis 20 Grad mit einander. Das Instrument trifft dann den Boden nicht an dem Punct, nach welchem man gezielt hat, sondern hebt sich ehe es den Boden erreicht und streicht dann wie gesagt beinahe horizontal über dem Boden dahin. Es beschreibt nun eine Curve, die wir untersuchen wollen. Für die Beschleunigung in verticaler Richtung werden wir finden

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -g + \frac{[f dR_{(v)} \cdot \sin \psi]}{M} \cdot \cos \alpha$$

wo  $t$  die Zeit,  $g$  die Beschleunigung der Schwere,  $M$  die Masse des Instruments bedeutet. Der Winkel  $\alpha$  ist derjenige, welchen die Rotationsaxe mit der Verticalen, also der  $z$ -Richtung einschließt. Die GröÙe  $dR_{(v)}$  ist auf Seite 11 durch Formel (3) gegeben;  $\sin \psi$  ist, wie früher bestimmt wurde, gleich

$$\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \chi}, \text{ da doch } \cos \psi = c \cdot \sin \chi$$

war. Setzen wir diese Werthe in die letzte Gleichung ein, so kommt

$$(1) \quad \frac{d^2 z}{dt^2} = -g + \left[ \frac{a^3 b \cdot c^2 \cdot \varphi \cdot \omega^2}{32} \int \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \chi} \cdot \frac{\sin^4 \chi}{\cos^3 \chi} d\chi \right. \\ \left. - \frac{a^2 \cdot b^3 \cdot c^3 \cdot \varphi \cdot \omega^2}{16} \int \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \chi} \cdot \frac{\sin^4 \chi}{\cos^2 \chi} d\chi \right] \cos \alpha.$$

Nun ist aber  $\alpha$  eine Function der Zeit. Diese wollen wir zunächst bestimmen. Da die Richtung des Luftstroms der  $x$ -Axe parallel ist, so wirkt das ganze Moment von  $dR_{(v)} \cdot \sin \psi$  so, daß es den Winkel  $\alpha$  zu verkleinern sucht. Die andere Kraft, welche noch den Winkel  $\alpha$  zu ändern sucht, nämlich  $\chi_1 \int dR_{(v)} \cdot \sin \psi$ , strebt eine Nutation der

Rotationsaxe um die  $z$ -Richtung hervorzubringen. Aber da  $\chi$ , so klein ist, so werden wir der Wahrheit sehr nahe kommen, wenn wir diese Kraft ganz außer Acht lassen. Die Schwankungen der Axe, welche durch diese Kraft erzeugt werden, können nur sehr gering seyn, sie werden praktisch gegen den Einfluß von  $\int dR_{(z)} \cdot \sin \psi$  verschwinden. Demnach ist also

$$d\alpha = - \left( \frac{\int dR_{(z)} \cdot \sin \psi}{K} \right) dt,$$

wo  $K$  diejenige Kraft ist, welche die Rotationsebene zu erhalten sucht. Sie ist der Winkelgeschwindigkeit proportional, gleich  $C\omega$ , wo  $C$  für jedes Instrument einen besondern Werth hat. Also

$$d\alpha = - \left( \frac{\int dR_{(z)} \cdot \sin \psi}{C \cdot \omega} \right) dt.$$

Nun fanden wir früher, Formel (2) einen Ausdruck für  $dR_{(z)}$ . Er ist eine Function von  $\chi$ . Ebenso ist

$$\sin \psi = \sqrt{1 - c^2 \cdot \sin^2 \chi}$$

eine Function von  $\chi$ . Der Werth des Integrals

$$\int dR_{(z)} \cdot \sin \psi$$

ist also eine Constante für jedes individuelle Instrument, deren numerische Bestimmung für irgend einen gegebenen Bumerang ausführbar ist. Setzen wir diese Constante gleich  $B$ , so ist also

$$d\alpha = - \frac{B}{C \cdot \omega} \cdot dt$$

$$\alpha = - \frac{B}{C \cdot \omega} \cdot t + \alpha_1$$

wo  $\alpha_1$  den Anfangswerth von  $\alpha$  bezeichnet. Dieß gilt natürlich nur so lange als  $\omega$  constant angesehen wird. Nun ist wirklich der Unterschied der Werthe von  $\omega$  im Anfang und gegen das Ende der Bewegung nur gering, was daraus zu ersehen ist, daß, wenn dies nicht der Fall wäre, der Bumerang sich nicht so lange in der Horizontalebene erhalten würde. Bei der von uns angenommenen

Lage der Rotationsaxe ist nun auch die Verminderung, welche die Geschwindigkeit  $v$  des Schwerpunkts erleidet, ein Minimum. Wir setzen also sowohl  $v$  als auch  $\omega$  constant für die ganze Dauer des Wurfs. Die Rotationsaxe ändert sich nämlich fast genau in dem Sinn, daß sie immer rechtwinklig auf der  $x$ -Axe steht.

Nun sind in Gl. 1 auf Seite 17 die Integrale

$$\int \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \chi} \cdot \frac{\sin^4 \chi}{\cos^3 \chi} \cdot d\chi \quad \text{und} \quad \int \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \chi} \cdot \frac{\sin^4 \chi}{\cos^2 \chi} \cdot d\chi$$

für jedes individuelle Instrument constante Größen. Setzen wir nun zur Abkürzung

$$\frac{a^3 b \cdot c^3 \cdot \varrho \cdot \omega^3}{32} \int \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \chi} \cdot \frac{\sin^4 \chi}{\cos^3 \chi} d\chi = D$$

$$\frac{a^3 b^3 \cdot c^3 \cdot \varrho \cdot \omega^3}{16} \int \sqrt{1 - c^2 \sin^2 \chi} \cdot \frac{\sin^4 \chi}{\cos^2 \chi} d\chi = E$$

so finden wir endlich für  $\frac{d^2 z}{dt^2}$  den Werth

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -g + (D - E) \cos \left( \alpha_1 - \frac{B}{C\omega} t \right)$$

oder Kürze halber  $D - E = G$  gesetzt; und  $\frac{B}{C\omega} = H$

$$(2) \quad \frac{d^2 z}{dt^2} = -g + G \cdot \cos (\alpha_1 - Ht)$$

Multipliciren wir nun beiderseits mit  $dt$  und integriren, so kommt

$$\frac{dz}{dt} = -gt - \frac{G}{H} \sin (\alpha_1 - Ht) + C.$$

Wird  $t = \text{Null}$ , so ist  $\frac{dz}{dt} = 0$ , also

$$C = \frac{G}{H} \cdot \sin \alpha_1$$

$$(3) \quad \frac{dz}{dt} = -gt - \frac{G}{H} \cdot \sin (\alpha_1 - Ht) = \frac{G}{H} \cdot \sin \alpha_1$$

Noch einmal mit  $dt$  multiplicirt und dann integrirt, er giebt sich

$$z = -\frac{gt^2}{2} - \frac{G}{H^2} \cdot \cos (\alpha_1 - Ht) + \frac{G}{H} t \cdot \sin \alpha_1 + C$$

Wird nun  $t = 0$ , so ist  $z = 0$ , also

$$C' = \frac{G}{H^2} \cdot \cos \alpha_1$$

$$(4) \quad z = -\frac{gt^2}{2} - \frac{G}{H^2} \cdot \cos(\alpha_1 - Ht) + \frac{G}{H} \cdot t \cdot \sin \alpha_1 + \frac{G}{H^2} \cos \alpha_1$$

Wir wollen nun zuerst eine Gleichung zwischen  $y$  und  $t$  aufsuchen. Nach der Richtung  $y$  wirkt nun die DruckgröÙe  $dR_{(w)} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha$ , so daß

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{dR_{(w)} \cdot \sin \psi}{M} \cdot \sin \alpha$$

wo  $M$  die Masse des Bumerangs bedeutet. Setzen wir wieder, wie oben

$$\int dR_{(w)} \cdot \sin \psi = B$$

so ist

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{B}{M} \sin\left(\alpha_1 - \frac{B}{C_w} t\right)$$

$$(5) \quad \dots \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{B}{M} \cdot \sin(\alpha_1 - Ht)$$

Beiderseits mit  $dt$  multiplicirt und integrirt, ergibt sich

$$\frac{dy}{dt} = \frac{B}{M \cdot H} \cos(\alpha_1 - Ht) + C$$

Da nun für  $t = 0$ , auch  $\frac{dy}{dt} = 0$ , so ist

$$C = -\frac{B}{MH} \cos \alpha_1$$

$$(6) \quad \dots \quad \frac{dy}{dt} = \frac{B}{MH} \cos(\alpha_1 - Ht) - \frac{B}{MH} \cdot \cos \alpha_1$$

Wieder mit  $dt$  multiplicirt und dann integrirt,

$$y = -\frac{B}{MH^2} \sin(\alpha_1 - Ht) - \frac{B \cdot t}{MH} \cdot \cos \alpha_1 + C'$$

Für  $t = 0$  muß  $y = 0$  werden, also

$$C' = \frac{B}{MH^2} \cdot \sin \alpha_1$$

$$(7) \quad y = -\frac{B}{MH^2} \cdot \sin(\alpha_1 - Ht) - \frac{B \cdot t}{MH} \cdot \cos \alpha_1 + \frac{B}{MH^2} \cdot \sin \alpha_1$$

Jetzt bleibt uns noch übrig,  $x$  zu bestimmen. Da wir hier die Geschwindigkeit des Instruments in seiner Bahn

constant gesetzt haben, so wird, da die Bewegung nach  $y$  unabhängig hievon geschieht, und da die hiezu verwendete Arbeit aus der lebendigen Kraft her stammt, welche das Instrument vermöge seiner Rotation besitzt, die Beschleunigung nach der  $x$ -Richtung gleich Null seyn, also

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 0; \quad \frac{dx}{dt} = c'$$

$$(8) \quad \dots \dots x = c't \dots \dots$$

wo für  $t=0$  auch  $x=0$  wird, also keine Constante zuzufügen ist. Setzen wir nun diesen Werth von  $t$ , nämlich  $t = \frac{x}{c'}$  in die Gleichung (4) ein, so kommt

$$(9) \quad z = -\frac{g \cdot x^2}{z \cdot c'^2} - \frac{G}{H^2} \cos\left(\alpha_1 - H \frac{x}{c'}\right) + \frac{G \cdot x}{H \cdot c'} \sin \alpha_1 + \frac{G}{H^2} \cdot \cos \alpha_1$$

als Projectionsgleichung der Bahn auf die  $xz$ -Ebene.

Und ebenso

$$(10) \quad y = -\frac{B}{MH^2} \cdot \sin\left(\alpha_1 - H \frac{x}{c'}\right) - \frac{B \cdot x}{M \cdot H \cdot c'} \cdot \cos \alpha_1 + \frac{B}{MH^2} \cdot \sin \alpha_1$$

als Projectionsgleichung der Bahn auf die  $xy$ -Ebene.

Um die durch diese letzten beiden Gleichungen bestimmte Curve zu zeichnen, müssen natürlich die Constanten, welche in den Ausdrücken vorkommen, bestimmt werden. Diese Constanten werden für jedes individuelle Instrument besondere Werthe haben. Da es mir mehr daran lag, die Form dieser Gleichungen im Allgemeinen zu bestimmen, als die Curven zu zeichnen, welche ein bestimmtes Instrument beschreibt, so unterlasse ich es diese Constanten numerisch anzugeben.

Auch verzichte ich für jetzt darauf, den allgemeineren Fall zu behandeln, daß nicht mehr  $\phi$  und  $\omega$  als constant angesehen werden, und daß das Instrument unter beliebigem Elevationswinkel geworfen wird, indem ich hoffe, daß es mir in nicht ferner Zeit vergönnt seyn wird, hierüber angestellte Rechnungen im Einzelnen mit noch anzustellenden Versuchen zu vergleichen und sodann die Resultate den Lesern dieser Annalen vorzulegen.

## II. *Mineralogische Mittheilungen;* *von G. vom Rath in Bonn.*

(XI. Fortsetzung.) <sup>1)</sup>

(Hierzu Taf. II.)

### 61. Ein Beitrag zur Kenntniss des Anorthit's.

**D**a der Anorthit zu den am genauesten bekannten Mineralien gehört, so dürfte es vielleicht Manchen befremden, daß ich denselben nochmals zum Gegenstande eines krystallographischen Studiums mache. Ich wurde zu diesem erneuten Studium dadurch geführt, daß ich einige besondere Erscheinungen des zweiten Zwillingsgesetzes „Drehungsaxe die Makrodiagonale“, welchem die No. 35 dieser „Mitth.“ (Forts. VIII, diese Ann. Bd. 138, S. 449) gewidmet war, während meines Aufenthalts in der Sammlung der Universität Neapel näher zu erforschen bestrebt war. Es handelte sich dabei vorzugsweise um die Berührungsfläche jener Zwillinge. Bei diesem Studium überzeugte ich mich, daß die neapolitanische Sammlung gerade in Bezug auf den Anorthit ein überaus reiches, noch nicht vollkommen durchgearbeitetes Material besitze, dessen Benutzung mir in dankenswerther Weise von Hrn. Scacchi gestattet wurde. Nachdem dieser verdienstvolle Forscher in langjähriger Aufmerksamkeit jene wahrhaft einzige Sammlung vesuvischer Anorthitkrystalle zu Stande gebracht, zögerte er nicht, dieselbe mir zur Bearbeitung anzuvertrauen, indem er, mit wichtigen Untersuchungen über die Krystallisation der Salze beschäftigt, zweifelte, daß es ihm selbst vergönnt seyn würde, den Anorthit in der Weise zu bearbeiten, wie er es Anfangs beabsichtigt hatte. Möchte die Betrachtung der Figuren auf Taf. II beweisen, daß die mit so seltener Liberalität mir übergebene Anorthitsammlung, einiges Neue, namentlich in Bezug auf die Zwillingbildung

1) Diese Ann. Bd. 144, S. 219 — 260, 375 — 395, 563 — 596.



(selbst nach den neusten Arbeiten über unser Mineral) darbot, sowie daß ich bestrebt war, dem durch Hrn. Scacchi mir erwiesenen Vertrauen zu entsprechen.

Die Entdeckung des Anorthits ist bekanntlich ein Verdienst G. Rose's (Gilbert's Ann. Bd. 13, S. 197, 1823). Die von ihm gewählte Aufstellung war so, daß  $P$  sich zur Linken hinabneigte,  $T$  die rechte,  $l$  die linke vordere Seite des verticalen rhomboidischen Prismas constituirte. In Bezug auf die Wahl der rechten Prismenfläche zur Primitivform ( $T$ ) bemerkt G. Rose: „Nach der Fläche  $T$  habe ich keinen Blätterdurchgang bemerkt, ich habe dieselbe indess zur Construirung der primitiven Figur benutzt, da sie weit glänzender ist als die Fläche  $l$ “. G. Rose beobachtete und zeichnete bereits 18 Flächen, nämlich  $P, M, T, l, f, z, e, n, p, y, x, g, t, o, u, m, v, w$ . Zu Fundamentalwinkeln wurden folgende gewählt und gemessen:  $T:M = 117^\circ 28'$ ;  $T:l = 120^\circ 30'$ ;  $P:M = 85^\circ 48'$ ;  $P:n = 133^\circ 13'$ ;  $P:T = 110^\circ 57'$ .

Weitere Fortschritte in der Kenntniß des Anorthits verdanken wir zunächst Scacchi, Hessenberg und Marignac. Scacchi führt (s. Des Cloizeaux's *Minéralogie*) außer dem von G. Rose bereits beobachteten Zwillingsgesetze (Drehungsaxe die Normale in  $M$ ) noch ein zweites, selteneres auf, bei welchem Drehungsaxe die Axe der Zone  $P:x:y$  ist, d. h. die Makrodiagonale. Auch fand derselbe folgende neue Flächen auf:  $b, s, \mu, d, \pi$  (bei Des Cl.  $x, s, \mu, q, \pi$ ). Hessenberg (Min. Mitth. Abh. d. Senckenberg'schen naturf. Ges. Bd. II, S. 158; 1856) beobachtete folgende neue Flächen  $k, r, h, a$  (von ihm bezeichnet  $\frac{1}{3}P\infty$ ;  $6\bar{P}\infty$ ;  $\infty\bar{P}\infty, P'$ ). Hessenberg zeichnet und beschreibt die Krystalle in derselben Stellung wie G. Rose. Marignac endlich (s. Des Cl.) fand auf  $i$  und  $c$  (bei Des Cl.  $z$  und  $e\frac{1}{2}$ ), und gab genaue Messungen, welche auch Des Cloizeaux adoptirte und seiner Berechnung des Systems zu Grunde legte. Diese Anorthitmessungen Marignac's kommen der Wahrheit so nahe, daß auch v. Kokscharow nach genauer Messung zweier vesuvi-

scher Anorthite keine Veranlassung fand, neue Fundamentalwinkel zu wählen. Und auch ich bin nach zahlreichen Messungen zu demselben Resultate gekommen, und habe mich bei den in gegenwärtiger Arbeit enthaltenen Winkelberechnungen des Axenverhältnisses bedient, welches aus Marignac's, bei Des Cloizeaux aufgenommenen, Messungen folgt. Zufolge Marignac messen jene oben erwähnten Kanten:  $T:M' = 117^{\circ} 34'$ ;  $T:l = 120^{\circ} 30'$ ;  $P:M' = 85^{\circ} 50'$ ;  $P:n = 133^{\circ} 14'$ ;  $P:T = 110^{\circ} 40'$ .

Nur die letztere Kante weicht demnach bedeutend ab von der älteren Rose'schen Messung, weniger die erste und fast gar nicht die drei mittleren, — ein Umstand, welcher darauf hindeutet, daß die Neigung  $M:T$  weniger constant ist, wie diejenigen der andern Kanten.

Auch Hrn. v. Kokscharow verdanken wir einen Fortschritt in der Kenntniß des Anorthits. Er behandelte in seinem großen Werke die Lepolithkrystalle (d. h. die im Magnetkies von Lojo und Orrijarwi in Finland eingewachsenen Anorthite), und wies ihre Identität mit dem vesuvischen Anorthite nach. Der treffliche russische Krystallograph beobachtete an den finnischen Krystallen nicht nur fast sämmtliche, bis dahin an vesuvischen aufgefundenen Flächen, sondern wies an denselben auch mehrere neue nach, von denen namentlich  $\alpha$ , die Kante  $P:o$  abstumpfend, und  $\beta$  eine Abstumpfung der Kante  $e:l$ , von Interesse sind und an vesuvischen Krystallen bis dahin noch nicht gefunden wurden. Da die Lepolithe zu genauen Messungen untauglich, so maß v. Kokscharow zwei vesuvische Krystalle mit dem Ergebnisse, daß ihre Winkel als identisch mit den Angaben Marignac zu betrachten seyen. Der Werth der Kokscharow'schen Arbeit wird noch erhöht durch eine Tabelle zahlreicher berechneter Winkel.

Während v. Kokscharow an der Aufstellung G. Rose's festhielt, veränderte Des Cloizeaux, mit Rücksicht auf eine mehr gleichartige Stellung des Albits, dieselbe in der Weise, daß  $P$  zur Rechten hinab neigte, dem-

nach  $T$  (bei ihm  $m$ ) die linke vordere Fläche des rhomboidischen Prismas bildete. Dem Vorgange Des Cloizeaux's glaubte ich in einer früheren Mittheilung über den Anorthit folgen zu müssen. Auch Schrauf hat in seinem verdienstvollen Atlas der Krystallgestalten die neue Aufstellung gewählt. Schrauf hat für einen großen Theil der Flächen die Buchstaben-Signatur verändert. In seinen Figuren tragen z. B. die Flächen  $P, T, l, e, w$  etc. folgeweise die Lettern  $c, m, M, v, q$  etc. In diesem Punkte glaubte ich Hrn. Schrauf nicht folgen zu sollen, vielmehr bei dem Herkömmlichen bleiben zu müssen. So lange es nicht gelingt, ein durchaus consequentes Princip der Flächen-signatur zu ersinnen und durchzuführen, empfiehlt es sich wohl, so viel möglich die bisher gebrauchten Flächenbuchstaben beizubehalten, damit diese gegenüber der Verschiedenheit der Aufstellung und der krystallographischen Formeln Seitens verschiedener Forscher ein vergleichendes Studium erleichtern. — Nicht unerwähnt dürfen schliesslich die von trefflichen Zeichnungen begleiteten Aufsätze Strüver's über den Anorthit bleiben (*Atti d. R. Acc. Torino*, 1868 und 1871). Der Autor schließt sich in Bezug auf die Stellung der Krystalle dem Vorgange Des Cloizeaux's an.

Es möge nun ein Verzeichniss sämmtlicher am vesuvischen Anorthit beobachteter Flächen folgen, welche in der geraden Projection auf die Horizontalebene, Fig. 23, Taf. II (einer Idealfigur) dargestellt sind:

$$P = (\infty a : \infty b : c), 0P$$

$$h = (a : \infty b : \infty c), \infty \bar{P} \infty$$

$$M = (\infty a : b : \infty c), \infty \bar{P} \infty$$

$$t = (a : \infty b : 2c), 2' \bar{P}' \infty$$

$$x = (a' : \infty b : c), \bar{P}_1 \infty$$

$$y = (a' : \infty b : 2c), 2, \bar{P}_1 \infty$$

$$q = (a' : \infty b : \frac{2}{3}c), \frac{2}{3}, \bar{P}_1 \infty$$

$$e = (\infty a : b : 2c), 2, \check{P}'_{\infty}$$

$$n = (\infty a : b' : 2c), 2', \check{P}_{\infty}$$

$$r = (\infty a : b : 6c), 6, \check{P}'_{\infty}$$

$$c = (\infty a : b' : 6c), 6', \check{P}_{\infty}$$

$$r' = (\infty a : b : \frac{1}{3}c), \frac{1}{3}, \check{P}'_{\infty}$$

$$k = (\infty a : b' : \frac{1}{3}c), \frac{1}{3}', \check{P}_{\infty}$$

$$l = (a : b : \infty c), \infty P'$$

$$T = (a : b' : \infty c), \infty' P$$

$$f = (a : \frac{1}{3}b : \infty c), \infty \check{P}'_3$$

$$z = (a : \frac{1}{3}b' : \infty c), \infty' \check{P}_3$$

$$m = (a : b : c), P'$$

$$a = (a : b' : c), 'P$$

$$p = (a' : b : c), ,P$$

$$o = (a' : b' : c), P,$$

$$g = (a' : b : 2c), 2, P$$

$$u = (a' : b' : 2c), 2, P,$$

$$w = (2a' : b : 4c), 4, \check{P}'_2$$

$$v = (2a' : b' : 4c), 4, \check{P}_2$$

$$\mu = (a' : 2b : 4c), 4, \bar{P}'_2$$

$$d = (a' : 2b' : 4c), 4, \bar{P}_2$$

$$s = (a' : 2b : \frac{4}{3}c), \frac{4}{3}, \bar{P}'_2$$

$$i = (a : 2b' : \frac{4}{3}c), \frac{4}{3}', \bar{P}_2$$

$$\pi = (3a' : b' : 3c), 3, \check{P}'_3$$

$$\beta = (2a : b : 4c), 4, \check{P}'_2$$

$$b = (2a : b' : 4c), 4', \check{P}_2.$$

Von den vorgenannten Flächen wurde  $\beta$  bisher noch nicht an den vesuvischen Krystallen aufgeführt. Die Zahl der am vesuvischen Anorthit auftretenden Flächen beträgt

demnach 32, ist also etwas grösser als die früher von mir am Axinit beobachtete (29). Es erhellt aus vorstehenden Flächenformeln, wie außerordentlich symmetrisch trotz seines triklinen Charakters das System des Anorthits ist, hierin einen auffallenden Gegensatz zum Axinit bildend. Es resultirt hieraus die nahe Verwandtschaft, welche zwischen den Systemen des Anorthits und des Feldspaths besteht. In der That treten alle Viertelpyramiden, mit einziger Ausnahme von  $\pi$ , sowohl auf der rechten als auch auf der linken Seite der Axenebene ( $ac$ ) auf. Unter den brachy-diagonalen Hemidomen ist  $k$  vorläufig nur auf der linken,  $\gamma$  nur auf der rechten Seite bekannt. Wie  $m$  und  $a$  die Ergänzungsflächen zu den am Ende zuweilen herrschenden Flächen  $p$  und  $o$  bilden, so auch  $\beta$  und  $b$  vorne, zu  $w$  und  $v$  auf der Hinterseite. Die genannten acht Flächen bilden demnach zwei vollständige triklone Octaëder.

Die schematische Figur 23, eine gerade Projection auf die Horizontalebene, wird die Lage sämtlicher Flächen, sowie die wichtigsten Zonen veranschaulichen. Die flächenreichste Zone ist  $P:M$ , welche 8 Flächen umschliesst; es folgen zwei siebenflächige Zonen  $l:\beta$  und  $T:b$ . Ihnen reihen sich vier sechsflächige an, nämlich  $M:l$ ,  $P:t$ ,  $t:a$ ,  $M:y$ , sechs fünfflächige, nämlich  $T:t$ ,  $l:m$ ,  $M:x$ ,  $p:q$ ,  $o:q$ ,  $T:a$ . Alle andern Zonen umfassen weniger als fünf Flächen. Es ist von Interesse, sich zu vergegenwärtigen, welche Flächen des Anorthits sich mit Rücksicht auf ihren Zonenverband beim Feldspath wiederfinden. Daß die verticalen Flächen  $T$ ,  $l$ ,  $z$ ,  $f$ ,  $h$ ,  $M$ ,  $P$ ,  $q$ ,  $x$ ,  $y$ , sowie  $o$ ,  $p$ ,  $n$ ,  $e$ ,  $u$ ,  $g$  ihre Repräsentanten im Feldspathsyst. haben, ist allbekannt. Vergleicht man die Lehrbücher, so scheinen auch die anderen Anorthitflächen ihre *Analoge* beim Feldspath zu besitzen. So finden wir in Des Cloizeaux's *Minéralogie* beim Feldspath ein vorderes Hemidoma  $ot$ , entsprechend Quenstedt's  $t$ , angegeben, welches dem  $t$  des Anorthits entsprechen soll. Offenbar ist die Autorität für diese Fläche Weiß (Neubeobachtete Krystallflächen des Feldspaths Schr. Berl. Akad. 1820, S. 147); und ebenso zwei-

fellos ist es, daß jene zwei Krystalle von „glasigem Feldspath vom Vesuv“, an denen Weifs die Fläche  $t$  beobachtete, nicht Feldspath, sondern der damals noch unbekannte Anorthit waren. Desgleichen finden wir entsprechend  $v$ ,  $w$  des Anorthits ein Hemioctaëder beim Feldspath aufgeführt:  $v$  bei Des Cloizeaux und ebenso bei Quenstedt. Auch diese Fläche wurde von Weifs an jenen, irrthümlich für Sanidin gehaltenen, vesuvischen Krystallen bestimmt. — In gleicher Weise, wie die eben genannten  $t$  und  $v$ , sind aus der Reihe der Feldspathflächen zu streifen: das vordere Hemioctaëder  $m$  (Weifs und Quenstedt, oder  $d^1$  Des Cloizeaux), welches den Anorthitflächen  $m$  und  $a$  entsprechen würde, das vordere Hemioctaëder  $d$  (Weifs und Quenstedt, oder  $\delta$  Des Cloizeau), welches eine analoge Lage wie  $\beta$  und  $b$  beim Anorthit haben würde, das hintere Hemioctaëder  $s$  (bei Weifs, Quenstedt und Des Cloizeaux) entsprechend der Fläche  $\pi$  des Anorthits; endlich die beiden Flächenpaare aus der Diagonalzone von  $P$ , nämlich  $h$  und  $i$  (Weifs und Quenstedt, oder  $e^1$  und  $e^2$  bei Des Cloizeaux), welche den Anorthitflächen  $k$  und  $c$  correspondiren. Die fünf zuletzt genannten Flächenpaare wurden sämmtlich von Weifs am Anorthit von Tunaberg beobachtet, für welchen Svanberg's Analyse die Zugehörigkeit zum Anorthit bewiesen hat. Der Feldspath ist demnach gar nicht jenes flächenreiche Mineral, als welches die Lehrbücher denselben darstellen. Vergleichen wir mit dem Anorthit auch die Flächenentwicklung des Albits, so tritt zunächst in der Zone der verticalen Flächen der Unterschied hervor, daß bei letzterem niemals das Makropinakoïd beobachtet wurde. In der Zone, deren Axe der Makrodiagonale parallel geht, entsprechen sich, wie bekannt  $P:x:y$ , während den  $q$  und  $t$  des Anorthits keine Flächen beim Albit entsprechen, bei welchem statt derselben ein Hemidoma zwischen  $x$  und  $y$  sich findet, entsprechend einer Fläche des Feldspaths. Gemeinsam sind beiden  $e$ ,  $n$ ,  $p$ ,  $o$  und  $u$ , während die anderen Anorthitflächen keine Analoga beim Albit besitzen. Mit Rück-

sicht auf die Flächenarmuth des letzteren im Vergleich zum Anorthit ist es, wenn wir Des Cloizeaux's Angaben folgen, wohl bemerkenswerth, daß die Zone  $P:o$  reicher beim Albit entwickelt ist, als beim Anorthit. Der genannte Forscher führt nämlich zwischen  $o$  und  $u$  ( $b^{\frac{1}{2}}$  und  $b^{\frac{1}{4}}$ ) nicht weniger als drei Flächen auf:  $b^{\frac{1}{2}}$ ,  $b^{\frac{1}{4}}$ ,  $b^{\frac{1}{8}}$ , welche beim Anorthit nicht vorkommen, außerdem als Abstumpfung der Kante  $o:P$  die Fläche  $b'$ , welche beim Anorthit mindestens zweifelhaft ist. — Der größere Reichthum an Flächen auf der Hinterseite im Vergleiche zur Vorderseite ist beim Anorthit eine bemerkenswerthe Erscheinung.

Ich habe zahlreiche Messungen an Anorthit-Krystallen ausgeführt und (wie bereits oben bemerkt) im Allgemeinen eine sehr große Uebereinstimmung mit den von Des Cloizeaux und v. Kokscharow angenommenen Marignac'schen Winkeln gefunden. So wurden z. B. an einem Kr. folgende Kanten gemessen:

$P:M = 94^{\circ} 8\frac{1}{2}'$  (ber. von v. Kokscharow nach Marignac'schen Daten  $= 94^{\circ} 10'$ );

$P:e = 137^{\circ} 20'$  (ber.  $137^{\circ} 21\frac{1}{2}'$ );  $l:y = 134^{\circ} 37'$  (berechnet  $134^{\circ} 36\frac{1}{2}'$ );

$p:y = 139^{\circ} 49'$  ( $139^{\circ} 48\frac{1}{2}'$ );  $p:e = 135^{\circ} 49\frac{1}{2}'$  ( $135^{\circ} 49\frac{1}{4}'$ ).

An einem anderen Krystall war die Uebereinstimmung kaum geringer:

$T:y = 136^{\circ} 22\frac{1}{2}'$  ( $136^{\circ} 23'$ );  $T:n = 126^{\circ} 45'$  ( $126^{\circ} 45\frac{1}{2}'$ );

$M:p = 117^{\circ} 45'$  ( $117^{\circ} 47'$ );  $w:y = 128^{\circ} 8'$  ( $128^{\circ} 9'$ );

$M:w = 141^{\circ} 18'$  ( $141^{\circ} 18'$ ).

Eine Veranlassung, die von den genannten Forschern angenommenen Axenelemente in irgend einem Punkte zu ändern, liegt demnach nicht vor. Folgendes sind die Elemente des Anorthitsystem's, dieselben, welche den obigen Formeln zu Grunde liegen, zufolge der Berechnung v. Kokscharow's:

$a$  (Brachyaxe):  $b$  (Makroaxe):  $c$  (Verticalaxe)  
 $= 1:1,57548:0,86663.$

$\alpha = 93^{\circ} 13' 22''$ ;  $\beta = 115^{\circ} 55' 30''$ ;  $\gamma = 91^{\circ} 11' 40''.$

$A = 94^{\circ} 10'$ ;  $B = 116^{\circ} 3'$ ;  $C = 92^{\circ} 54'.$



Sämmtliche Winkel gehören dem rechten oberen Octanten an.  $\alpha$  ist derjenige Winkel, welchen die Axen  $b$  und  $c$  einschließen etc.  $A$  ist der körperliche Winkel, welcher der Axe  $a$  anliegt etc.

Nicht nur durch Flächenreichthum, sondern mehr noch durch die wechselnde Gestaltung erweckt der Anorthit unser besonderes Interesse. Die mannichfaltige Ausbildung der Krystalle macht die Deutung der Flächen oft zu einer etwas schwierigen Aufgabe. Selbst nach vieler Uebung ist man zuweilen genöthigt, seine Zuflucht zum Goniometer zu nehmen. Doch auch auf diesem Wege kommt man wegen der grossen Zahl der zu vergleichenden Winkel (wobei v. Kokscharow's Tabelle gute Dienste leistet) nicht immer schnell zum Ziele. Die Mannichfaltigkeit der Gestaltung überrascht beim Anorthit um so mehr, da die Krystalle ein- und demselben Vorkommen angehören.

Wir wollen jetzt die hauptsächlichsten Ausbildungsweisen der einfachen Krystalle, wie dieselben in den Figg. 1 bis 8, Taf. II dargestellt sind, kennen lernen. Da es zweckmässig ist, die parallelen Flächen durch Accente zu unterscheiden, so habe ich sämmtliche Flächen der Unterseite accentuirt, die der Oberseite (Fig. 23) bleiben ohne Accente. Von den verticalen Flächen erhalten die dem Beschauer abgewandten Accente (Fig. 1, Taf. II).

*Die erste Varietät* s. Fig. 1 wird charakterisirt durch Ausdehnung in verticaler Richtung, durch Zurücktreten von  $P$ , zuweilen fast bis zum Verschwinden, starke Ausdehnung von  $n e y$ . Unsere möglichst naturgetreu gezeichnete Figur weist folgende Flächen auf.  $P, M, t, y, q, e, n, r, c, l, T, f, z, p, o, g, u, w, v, \mu, d$ . Die beiden letztern Flächen, von Scacchi aufgefunden, sind selten. Für jede bietet sich bei Betrachtung der Figur zunächst nur Eine Zone dar,  $\mu$  liegt zwischen  $T$  und  $y$ ,  $d$  zwischen  $l$  und  $y$ . Für  $\mu$  besteht ferner die Zone  $r:l:\mu:w$  und ebenso für  $d$  —  $c:T:d:v$ . Die Krystalle dieser Varietät zeigen zuweilen ein überraschend hexagonal-rhomboëdrisches Ansehen, indem die Flächen  $T l m$  einem hexagonalen Prisma



ähneln, auf dessen Kanten die rhomboëderähnliche Flächen-  
 gruppe  $e n y$  aufgesetzt ist. Die Polkanten dieser letz-  
 tern werden durch  $P o p$  abgestumpft. Wenn zu den ge-  
 zeichneten Flächen noch  $a$  und  $m$  träten, so würden sie  
 nebst  $r$  und  $c$ ,  $\mu$  und  $d$  ein scheinbares Scalenöeder bil-  
 den. Durch  $h$  würden  $f$  und  $z$  zu einem scheinbar hexa-  
 gonalen Prisma ergänzt werden. An dem Original-Kry-  
 stall der Fig. 1 wurden folgende Kanten gemessen:  $e:m$   
 $= 136^\circ 47'$  (ber.  $136^\circ 48\frac{1}{2}'$ );  $e:l = 129^\circ 42'$  ( $129^\circ 45\frac{1}{3}'$ );  $l:M$   
 $= 121^\circ 56'$  ( $121^\circ 55\frac{3}{4}'$ );  $l:T = 120^\circ 30'$  ( $120^\circ 30\frac{1}{2}'$ );  $M:T$   
 $= 117^\circ 33\frac{1}{2}'$  ( $117^\circ 33\frac{1}{4}'$ );  $P:n = 133^\circ 14'$  ( $133^\circ 14\frac{1}{4}'$ );  $P:y$   
 $= 98^\circ 48'$  ( $98^\circ 46'$ ). Man ersieht, daß die Uebereinstim-  
 mung der gemessenen und berechneten Kanten meist eine  
 recht befriedigende ist. In dieser Hinsicht tritt der Un-  
 terschied vom Albit namentlich in der Zone der verticalen  
 Flächen hervor, welche bei dem Natronfeldspath so ge-  
 stört sind, daß sie zur Bestimmung der Axenelemente nicht  
 benutzt werden können. Auch beim Feldspath sind die  
 Kanten der Zone  $TTM$  besonders schwankend. Vollkom-  
 men frei von Störungen ist nun zwar auch der Kr. 1 nicht,  
 indem  $P$  etwas mehr zur Rechten hinabneigen müßte, um  
 den obigen Axenelementen vollkommen zu entsprechen,  
 wie aus folgenden Winkeln ersichtlich  $P:M = 94^\circ 3\frac{1}{2}'$  (ber.  
 $94^\circ 10'$ );  $P:l = 114^\circ 1'$  ( $114^\circ 6\frac{1}{2}'$ ).

*Die zweite Varietät* (Fig. 2), der vorigen verwandt, gleich-  
 falls ausgedehnt parallel der Verticalaxe,  $M$  nur schmal,  
 $P, y, o, p$  in einem Punkte zusammenstoßend,  $v$  und  $w$  aus-  
 gedehnt, so daß sie sich auch mit den vordern Prismen-  
 flächen in Kanten schneiden. Fig. 2 zeigt folgende Flächen  
 $P, M, t, y, e, n, l, T, p, o, w, v$ . Gemessene Winkel  
 $- e:P = 114^\circ 5'$  ( $114^\circ 6\frac{1}{2}'$ );  $l:T = 120^\circ 28'$  ( $120^\circ 30\frac{3}{4}'$ );  
 $M:T = 117^\circ 34'$  ( $117^\circ 33\frac{1}{2}'$ );  $P:T = 110^\circ 41'$  ( $110^\circ 40'$ );  
 $P:o = 122^\circ 9'$  ( $122^\circ 8\frac{1}{4}'$ );  $P:p = 125^\circ 41'$  ( $125^\circ 43'$ );  $o:u =$   
 $153^\circ 3'$  ( $153^\circ 1\frac{1}{2}'$ ).

*Die dritte Varietät* (Fig. 3) erinnert an die Ausbil-  
 dung mancher Feldspathe. Die Flächen  $lTM$  stehen  
 ungefähr im Gleichgewicht, in der Endigung herrscht die  
 Basis sehr vor. Am Kr. auftretende Flächen:  $P, M, t, y,$

$e, n, r, l, T, f, z, m, a, o, p, v$ . Die Streifen, welche theils schief über die Flächen  $e, n, l, T$  und parallel der Makrodiagonale über  $P$  ziehen, theils in einer dem Brachypinakoid parallelen Ebene liegen, werden erst weiter unten ihre Erklärung finden.

*Vierte Varietät* (Fig. 4. Taf. II) gewinnt ein eigenthümliches Ansehen durch Unsymmetrie  $T$  herrscht über  $l$  und umgekehrt  $o$  über  $p$ ; zudem sind die Krystalle vorzugsweise parallel der Brachyaxe ausgedehnt. Demnach ist die Zone  $n:T:y'$  besonders deutlich entwickelt und ringsum zu verfolgen. Auftretende Flächen  $P, M, y, q, e, n, l, T, f, z, p, o, w, v$ .

Andere Krystalle ähnlicher Ausbildung sind unsymmetrisch durch Vorherrschen von  $l$ , fast tafelförmig. Die Schwierigkeit der Deutung wird zuweilen hier recht groß. Gemessene Winkel am Krystall Fig. 4:

$$\begin{aligned} n:T &= 126^\circ 45' (126^\circ 45\frac{1}{2}'); & y':o' &= 142^\circ 12\frac{1}{2}' (142^\circ 13'); \\ n:z &= 138^\circ 16\frac{1}{2}' (138^\circ 14\frac{1}{2}'); & n:M &= 132^\circ 39' (132^\circ 35\frac{1}{2}')'. \end{aligned}$$

- 1) Wie leicht man in der Deutung der Anorthitflächen einem Irrthum verfallen kann, soll an der Fig. 5, Taf. II gezeigt werden, einem Krystalle, an welchem ich nicht nur die von v. Kokscharow am Lepolith angegebene Fläche  $\alpha$ , sondern auch ausserdem drei neue Flächen gefunden zu haben glaubte,  $\varphi, \tau, \chi$ . Die Flächen dieser Figur tragen zweierlei Signatur: die eine, fein eingeklammerte bezieht sich auf die erste irrthümliche Deutung, die andern stark eingegrabenen, liegenden Buchstaben bezeichnen die Flächen in ihrer richtigen Deutung; diejenigen Flächen, welche nur einen Buchstaben, stark ausgestochen, vertical gestellt, darbieten, sind identisch in beiden Auffassungen. Der Krystall bietet genau das Ansehen der Figur 5 dar, scheint demnach im Habitus sehr ähnlich der sogleich zu erwähnenden fünften Varietät (Fig. 6, Taf. II). Die kleine, meist dreiseitige Fläche  $t$  ist eine derjenigen, welche am sichersten zu erkennen ist; um indess keinen Irrthum zu begehen, maß ich genau die Zone  $v':l:t:n$ ; ich bestimmte  $l:p'$  sowie  $T:P$  und fand die Winkel vollkommen mit den berechneten Werthen übereinstimmend; so blieb mir kein Zweifel, daß ich den mit Flächen überladenen, etwa  $\frac{1}{4}$  mm großen Krystall richtig und gedeutet. So konnte ich die Fläche  $\alpha$ , die Kante  $o:P$  abstumpfend, bestimmen. Für  $\alpha$ , welches ausserdem in die Zone  $p:q$  fällt, ergab sich die Formel  $(a':b':\frac{1}{2}c)$ ,  $\frac{1}{2}P$ . Die genauere Untersuchung unseres interessanten Krystalls schien dann noch drei neue

**Fünfte Varietät** (Fig. 6, Taf. II). Vorherrschen des rhomboëdischen Prisma's  $Tl$ , während  $M$  nur schmal, starke

Flächen aufzuweisen  $q = (3a':b:3c)$ ,  $3\bar{P}3$ , bestimmt durch die Zonen  $e:w$  und  $p:M$ ;  $\tau = (2a':b:\frac{4}{3}c)$ ,  $\frac{4}{3}\bar{P}2$ , in den Zonen  $e:P$  und  $P:w$  liegend; endlich  $\chi = (2a':b:\frac{4}{3}c)$ ,  $\frac{4}{3}\bar{P}2$ , in den Zonen  $n:o$  und  $q:M$ . So schien das System des Anorthits nicht unwesentlich bereichert und zwar durch Flächen, welche freilich zu genauen Messungen durch ihre Kleinheit nicht geeignet, doch aber durch Zonen sicher bestimmbar waren. Als ich die Untersuchung der Krystalle und ihre Zeichnung vollendet hatte, bemerkte ich bei einer letzten Revision meines Materials eine feine Zwillingslinie auf  $P$  (s. Fig.). Dieselbe konnte nach den bisher bekannten Gesetzen auf  $P$  nicht erscheinen. Es war vielmehr die Richtung der Zwillingsstreifen nach dem Gesetze der Makrodiagonalen auf  $T$ . Sofort war mir der begangene Irrthum klar. Man wende nun die Zeichnung um etwa  $100^\circ$ , so daß die andern Flächenbuchstaben vertical erscheinen, um die Flächen in einer den Figg. 1 bis 4, Taf. II vergleichbaren Stellung wiederzuerkennen. Man sieht, daß ich mich in der Zone  $v', l, t, n$  nicht geirrt hatte, auch nicht in Bezug auf  $p$ . Die folgende Vergleichung der Winkel möge lehren, wie nahe die betreffenden Kanten übereinstimmen. Die Werthe der ersten Reihe würden dem Krystall gemäß der ersten, irrthümlichen Auffassung zugehören, die zweite Reihe giebt die wahren Kanten, wie sie am Krystall vorhanden.

$l:u = 150^\circ 43\frac{1}{2}'$	$l:f = 151^\circ 25\frac{1}{2}'$
$e:P = 137^\circ 21\frac{1}{2}'$	$y:T = 136^\circ 23'$
$P:a = 149^\circ 35\frac{3}{4}'$	$T:z = 148^\circ 31'$
$P:q = 145^\circ 13\frac{1}{2}'$	$T:w = 144^\circ 43\frac{1}{2}'$
$t:h = 157^\circ 30\frac{1}{2}'$	$t:m = 156^\circ 8'$

Man ersieht aus vorstehenden Winkeln, daß wenn Fig. 5, Taf. II, gezeichnet unter einer irrthümlichen Voraussetzung, auch nicht vollkommen richtig ist, sie doch nur wenig von der Wahrheit abweicht, so wenig, daß das Auge kaum die Abweichungen wahrnehmen könnte. Das angedeutete Verhältniß in den Kanten, welche die aus dem Zonenverband hervorgehende Täuschung so sehr vermehrte, ist gewiß eine der merkwürdigsten Thatfachen. — Was nun die von v. Kokscharow herrührende Angabe der Fläche  $\alpha$  am finnischen Anorthit (dem Lepolithe) betrifft, so bin ich natürlich weit entfernt behaupten zu wollen, daß dieser ausgezeichnete Krystallograph denselben Irrthum anheimgefallen, wie ich selbst. Indes ist die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, um so weniger, da v. Kokscharow keine Messungen der Fläche  $\alpha$  scheint angestellt zu haben, auch dieselbe in den Figuren

Ausdehnung von  $e$  und  $n$ , großer Flächenreichtum zeichnen diese Krystalle aus. Fig. 6, Taf. II zeigt die Flächen  $P, h, M, t, x, y, q, e, n, r, l, T, z, m, a, p, o, u, w, v, \mu, d, b$ . Die Fläche  $P$  hat, wenn  $t$  mehr zurücktritt, oft eine zierlich sechsseitige Form. Als seltene Flächen sind an dem dargestellten Krystall zu erwähnen  $b, \mu$  und  $d$ , die Zonenlage von  $b$  ergibt sich sogleich bei Betrachtung unserer Figur; sie stumpft nämlich sowohl die Kante  $a:z$  als auch  $n:T$  ab. Ueber  $\mu$  und  $d$  vgl. oben Var. 1.

*Sechste Varietät* (Fig. 7, Taf. II) wird bezeichnet durch die Ausdehnung der Krystalle in der Richtung der Brachyaxe, der Axe der Zone  $P:M$ . Dieser Habitus erinnert demnach an die gewöhnliche Form der einfachen eingewachsenen Krystalle des Feldspaths. Die Figur bietet folgende Flächen dar:  $P, h, M, t, e, n, r, c, k, l, T, f, z, m, a, p, o, g, u, w, v, \mu, s, i, \pi, b, \beta$ . Zu den seltenen Flächen gehören namentlich  $s$  und  $i$ , (welche sich bei

nicht eingezeichnet ist. Das wirkliche Vorkommen der Fläche  $\alpha$  beim Anorthit wäre gewiß eine recht interessante Thatsache, schon wegen der Analogie mit Feldspath und Albit. Es ist die Fläche  $g$  am erstern Mineral (welche nicht ganz selten am Adular beobachtet wird), aufgefunden von Weiss, der die Entdeckung derselben mit den Worten einleitet, „ihr Erscheinen sey im Feldspathsystem ihm unerwarteter als alles Andere gewesen“ (Schr. Berl. Akad. 1820, S. 152). Die Kante  $g:g'$  würde beim Adular zufolge der von Weiss gemachten *Voraussetzung rechtwinkliger Axen* einen rechten Winkel mit der Verticalen bilden, in Wahrheit beträgt indess dieser Winkel für den Tyroler Adular  $88^\circ 53'$ . Beim Anorthit käme der entsprechende Winkel (derjenige nämlich, welchen die Kante — zwischen Fläche  $\alpha$  und dem brachydiagonalen Pinakoid — mit der Verticalaxe bildet) einem Rechten sehr viel näher, er würde nämlich  $89^\circ 45'$  betragen. Beim Albit wurde die entsprechende Fläche bereits in G. Rose's erster Feldspatharbeit (s. a. a. O.) aufgeführt, dort  $g$  genannt, bei Des Cloizeaux  $b^1$ . Nach letzterem Forscher soll sogar beim Albit eine Gegenfläche sich finden, wie  $b^1$  zur Linken, so  $c^1$  zur Rechten. — An den flächenreichen Tunaberger Krystallen, den finnischen Anorthiten von Orijärvi und Lojo sehr ähnlich, führt Weiss eine Fläche wie  $\alpha$  liegend nicht auf. Es wäre demnach recht interessant, wenn die Existenz der Fläche  $\alpha$  am Lepolith nochmals verificirt würde. — NB. Statt des liegenden, stark eingegrabenen  $p$  setze man in die Fig. 5 ein  $s$ .

Betrachtung der Zeichnung leicht durch Zonen bestimmen;  $s$  durch  $y:p$  und  $x:g$ ;  $i$  durch  $y:o$  und  $x:u$ ; ferner  $b$  und  $\beta$ .  $b$  wurde bereits bei der vorigen Varietät erwähnt;  $\beta$  ist die Gegenfläche und fällt demnach in die Zonen  $l:e$  und  $m:f$ . In der Figur wurden mehrere an verschiedenen Krystallen beobachtete Flächen vereinigt.

*Siebente Varietät* (Fig. 8, Taf. II) begreift die durch Ausdehnung von  $P$  tafelförmigen Krystalle. Flächen:  $P, M, h, t, x, y, q, e, n, r, c, l, T, f, z, m, a, p, o, u, w, v, \mu, s, i$ . Die Tafelform parallel  $P$  kommt bestimmt und nicht ganz selten auch einfachen Krystallen zu; wenngleich die meisten der so ausgebildeten Krystalle Zwillinge sind und andere eine dünne eingeschaltete Zwillingslamelle zeigen, welche sich durch eine rings um den Krystall laufende, von hinten nach vorne schief abwärts geneigte Linie (steiler als  $P$ ) verräth. Zuweilen sind die Krystalle dieser Varietät noch mehr in der Richtung der Makroaxe verlängert, so daß die Flächen  $Pt$ , etc. sich in langen Kanten schneiden.

Es bedarf wohl kaum der Bemerkung, daß die Mannichfaltigkeit der Anorthit-Ausbildung durch obige Bemerkungen und Zeichnungen nicht erschöpft ist; auch daß die aufgeführten Varietäten nicht in aller Strenge gesondert, sondern mehrfach durch Zwischenformen verbunden sind. So beschreibt und zeichnete Hessenberg (Abh. Senckenberg. Gesellsch. Bd. II, S. 161) einen Krystall, welcher in der Richtung der Axe der Zone  $u:y:w:M$  prismatisch ausgedehnt ist. Auch kommen Krystalle vor, an welchen  $M$  fehlt oder nur als eine lineare Abstumpfung erscheint. Einfache, durch Ausdehnung von  $M$  tafelförmige Anorthite habe ich nicht gefunden, und vermthe, daß dieser Ausbildung stets Zwillingsverwachsung zu Grunde liegt. Zuweilen ist es nur eine ganz dünne eingeschaltete Lamelle, welche die Tafelform parallel  $M$  bedingt. —

Im triklinen Systeme kommt den *Zwillingen* ein hohes krystallographisches Interesse zu. Es folgt dies schon aus der Erwägung, daß die triklinen Krystalle keine Symmetrie-Ebene besitzen, durch die Zwillingsbildung also ein

Element eingeführt wird, welches in den einfachen Krystallen nicht vorhanden ist. Wir werden durch Studium der Zwillinge des Anorthits eine Thatsache sich enthüllen sehen, welche auf anderem Wege nicht so leicht würde klar geworden seyn. — Bekanntlich kann man im Allgemeinen die gegenseitige Stellung der zum Zwillinge verbundenen Individuen in zweifacher Weise definiren, indem man entweder vom Begriffe der Drehungsaxe oder von demjenigen der Zwillingsebene ausgeht. Jene Axe steht immer normal zu dieser Ebene. Hieraus folgt, daß im triklinen Systeme niemals zugleich die Zwillingsebene einer krystallographischen Fläche und die Drehungsaxe einer Kante d. h. einer krystallonomischen Linie entspricht. Es kann nur entweder das eine oder das andere stattfinden, weil nämlich im triklinen Systeme weder zwei Flächen sich unter rechtem Winkel schneiden, noch eine Kante normal zu einer Fläche steht. Da die Verwachsungsebene vielfach mit der Zwillingsebene verwechselt wird, so wird es sich in Bezug auf die Anorthit-Verwachsungen hier mehr empfehlen, daß wir die Zwillinge mit Hülfe der Drehungsaxe definiren. Es finden sich beim Anorthit vier Gesetze der Verwachsung, von denen indeß das vierte auch abgeleitet werden kann aus einer Combination des ersten mit dem dritten, so daß es vielleicht nicht als ein eigenthümliches Gesetz zu betrachten ist.

- 1) Drehungsaxe die Normale zum Brachypinakoid  $M$ ; letztere Fläche demnach Zwillingsebene.
- 2) Axe die Makrodiagonale oder Kante  $P:x$ .
- 3) Axe die Verticale oder Kante  $T:l$ .
- 4) Axe die im Brachypinakoid ( $M$ ) liegende Normale zur Verticalen.

Die Zwillinge nach dem ersten Gesetze sind mit der Zwillingsebene verbunden. Bei 2, 3 und 4 besitzt die Zwillingsebene keinen krystallonomischen Werth, auch steht dieselbe in keiner Beziehung zur Verbindungsebene. Das Gesetz 1. ist auch darin von den drei andern wesentlich verschieden, daß zufolge desselben die Individuen sich mit con-

gruenteu, überdeckbaren Flächen berühren, während in den drei andern Verwachsungen die Individuen mit nicht überdeckbaren Flächen sich begegnen. — Außer den genannten viererlei Zwillingen bildet der Anorthit mancherlei Krystallgruppen, in denen zwei, ja drei Gesetze der Verwachsung vertreten sind, und welche einen besonders interessanten Gegenstand des krystallographischen Studiums gewähren.

*Das erste Gesetz* (Fig. 9, Taf. II), das häufigste, ist bekanntlich den triklinen Feldspathen gemeinsam; es wurde bereits sowohl für den Albit als für den Anorthit von G. Rose in seiner grundlegenden Arbeit hervorgehoben. Fig. 9, Taf. II zeigt folgende Flächen *P*, *M*, *t*, *x*, *y*, *e*, *n*, *r*, *c*, *l*, *T*, *f*, *z*, *p*, *o*, *g*, *u*, *w*, *v*. Dieser Verwachsung entspricht gewöhnlich, doch nicht immer, eine tafelförmige Ausbildung, parallel *M*. In der Zwillingsebene, welche hier zugleich Verwachsungsebene ist, findet stets vollkommene Begrenzung statt; d. h. man sieht hier niemals an der Gränze ein Individ über das andere hervorragend, sich frei mit einem der einander zugewandten *M* begränzen. Die Berührung kann hier eine congruente seyn und sie ist es stets. Zuweilen sind die Krystalle höchst regelmäfsig und symmetrisch gebildet, wie unsere Figur andeutet; in andern Fällen ist der Zwilling nicht so symmetrisch, vielmehr zerschneidet die Zwillingsebene den Krystall in zwei ungleiche Hälften, so dafs *T* und *l* oder *z* und *f* in stumpfen aus- und einspringenden Kanten sich begegnen. Zuweilen ist in einem scheinbar einfachen Krystalle eine einzige äußerst schmale Zwillinglamelle eingeschaltet, oder mehrere. Niemals aber wiederholen sich diese Zwillingblätter so vielfach, dafs, wie bei Albit und den Kalknatronfeldspathen, eine gedrängte Streifung entsteht. Zuweilen sind die Zwillinglamellen so fein, dafs sie nur mit der Lupe wahrnehmbar sind. Bei solcher Dünne setzen sie nicht immer durch den ganzen Krystall fort, sondern enden oft plötzlich.

In Bezug auf die, nach gleichem Gesetze gebildeten Albitzwillinge bemerkt Des Cloizeaux (*Minéralogie*):



„en général les deux individus ne paraissent pas se réunir rigoureusement suivant un plan parallèle à  $g^1$  ( $M$ ) et ils laissent entre eux un petit intervalle cuneiforme, car la somme des angles dièdres des faces  $T M l$ ,  $\underline{T M l}$  n'est jamais égale à  $720^\circ$  et les faces  $M$  et  $\underline{M}$  font entre elles un angle variant de  $40'$  à  $1^\circ 40''$ . Die von Des Cloizeaux hervorgehobene Anomalie hat ohne Zweifel ausschließlich ihren Grund in den Störungen, welche namentlich die Zone der verticalen Flächen beim Albit beherrschen. Beim Anorthit findet sich nichts Aehnliches, vielmehr sind die Individuen genau mit dem Brachypinakoid verbunden. Dies möge durch folgende Messungen bewiesen werden:

1) ein symmetrischer Zwilling;  $l:l$  sich in einer Kante schneidend.

Gemessen.	Berechnet.
$l:M = 121^\circ 56'$	$(121^\circ 55\frac{1}{2}')$
$l:l = 116^\circ 8'$	$(116^\circ 8\frac{1}{2}')$
$P:M = 85^\circ 54'$	$(85^\circ 50')$
$P:M = 94^\circ 6'$	$(94^\circ 10')$
$P:P = 171^\circ 47'$	$(171^\circ 40') \text{ einspr.}$
$y:M = 90^\circ 35'$	$(90^\circ 32\frac{1}{2}')$
$y:M = 89^\circ 26'$	$(89^\circ 27\frac{1}{2}')$
$y:y = 178^\circ 51'$	$(178^\circ 55') \text{ ausspr.}$
$o:y = 142^\circ 13'$	$(142^\circ 13')$
$n:T = 126^\circ 45'$	$(126^\circ 45\frac{1}{2}')$
$n:P = 133^\circ 16'$	$(133^\circ 14\frac{1}{2}')$
$P:o = 122^\circ 11'$	$(122^\circ 8\frac{1}{2}')$
$o:l = 123^\circ 48'$	$(123^\circ 45')$
$o:n = 134^\circ 42'$	$(134^\circ 38\frac{1}{2}')$

Es ergibt sich demnach, daß der Messung zufolge die Zwillingskante  $l:l$  genau das Doppelte des Complements der Kante  $l:M$  beträgt, daß also die Verbindung der Individuen genau parallel  $M$  stattfindet. Ebenso ist  $P:P$  genau gleich dem doppelten Complement von  $P:M$ , und das Gleiche gilt für  $y:y$ .



2) ein unsymmetrischer Zwillings, an welchem die Flächen  $\underline{l} : \underline{T}$  zu einer einspringenden Kante sich begegnen.

$$T : M = 117^{\circ} 33' \quad (117^{\circ} 33\frac{1}{2}') \\$$

$$T : l = 120^{\circ} 30\frac{1}{2}' \quad (120^{\circ} 34\frac{3}{4}') \\$$

$$l : \underline{T} = 175^{\circ} 42' \quad (175^{\circ} 37\frac{3}{4}') \\$$

$$3) \quad P : \underline{P} = 171^{\circ} 38\frac{1}{2}' \quad (171^{\circ} 40') \text{ ausspr.} \\$$

$$y : \underline{y} = 178^{\circ} 50' \quad (178^{\circ} 55') \text{ einspr.} \\$$

Eine andere Ausbildung als die in Fig. 9, Taf. II dargestellte tafelförmige entsteht, wenn die Flächen  $T, l, y$  herrschen, alle anderen zurücktreten; einen solchen Krystall beschrieb ich in der VIII. Forts. (d. Ann. Bd. 138, S. 462 Fig. 6 Taf. IV). Es ist selbstverständlich, und nur in Bezug auf das folgende Verwachsungsgesetz erwähnenswerth, daß die Zwillinge nach dem 1. Gesetze nur Eine Modification bilden können; ihre beiden Enden sind verschieden. Wo  $\underline{P} \underline{P}$ ,  $\underline{x} \underline{x}$  eine einspringende,  $\underline{y} \underline{y}$  ein ausspringende Kante bilden, treten  $n, o, u, v$  auf, am andern Ende  $e, p, g, w$ .

Während bei der vorliegenden Verwachsung die beiden Individuen nur Eine parallele Fläche besitzen, mit dieser indeß congruent sich berühren, haben die Zwillinge nach dem zweiten Gesetze „Drehungsaxe die Makrodiagonale“ sämtliche Flächen einer Zone in paralleler Stellung, nämlich  $P, q, x, y, h, t$  (deren Kanten der Makrodiagonalen parallel gehen), keine Krystallfläche indeß congruent. Die Individuen, welche zu jenem ersteren Zwillinge verbunden sind, haben viele Zonen paralleler Kanten, nämlich alle Zonen, denen die Fläche  $M$  angehört. Die jetzt zu erläuternden Zwillinge haben nur eine einzige Zone paralleler Kanten. Ueber das vorliegende Verwachsungsgesetz, welchem die Figg. 10 bis 16 gewidmet sind, handelte No. 35 dieser Mitth. (Forts. VII). Indem ich auf das dort Gesagte verweise, kann ich jene Angaben nicht unwesentlich vervollständigen und in einem Punkte berichtigen. Letzteres in Bezug auf die Bemerkung (S. 455) „daß man wohl niemals die ausspringende Kante  $\underline{M} : \underline{M}$  wahrnehme“.

Bereits in jener früheren Mittheilung machte ich darauf aufmerksam, daß die Zwillinge nach der Makrodiagonalen zwei verschiedene Modificationen darbieten müßten, von denen ich indeß damals nur die eine — charakterisirt dadurch, daß die einspringende Kante  $M:\bar{M}$  zur Rechten liegt — kannte. Neben häufigen Beispielen dieses letzteren Falles liegen mir jetzt auch mehrere Exemplare der damals nicht beobachteten Modification vor.

Nennen wir obere Fläche  $P$  diejenige, welche bei normaler Stellung des Krystalls — d. h.  $T$  zur Linken — oben liegt, untere  $P'$  die andere, so entsteht die erste Modification dadurch, daß die Individuen sich mit den oberen  $PP$  verbinden; die einspringende Zwillingsskante  $M:\bar{M}$  liegt zur Rechten, s. Fig. 12, Taf. II.

Die zweite Modification resultirt, wenn die Individuen sich mit den unteren  $P'P'$  zusammenfügen; die ausspringende Kante  $M:\bar{M}$  liegt nun zur Rechten, die einspringende zur Linken (Fig. 10 und 11, Taf. II).

In den Figuren ist das nichtgewendete Individ stets in der normalen Stellung gezeichnet; die Kanten der Zone  $T:l$  erscheinen vertical. Das gewendete Individ ist sogleich daran kenntlich, daß die Kanten  $T:l$  etc. nicht vertical, sondern etwas geneigt erscheinen, sowie daß  $l$  zur Linken,  $T$  zur Rechten liegt. Bei der ersten Modification ist demnach das obere Individ des Zwillingss das gewendete ( $180^\circ$  um die Makroaxe); bei der zweiten ist es das untere. Einer eingehenden Untersuchung werth ist die Art und Weise, in welcher die Individuen bei dieser Verwachsung sich verbinden.

Zuweilen liegen die Krystalle einfach und ohne Ueberwachsung mit  $PP$ , resp.  $P'P'$  auf einander. Den letzteren Fall zeigt Fig. 10, Taf. II, eine möglichst naturgetreue Darstellung. Mit den oberen  $PP$  ohne Ueberwachsung auf einander ruhend, stellen sich die Individuen Fig. 3, Taf. IV, Forts. VIII dar. Fig. 10, Taf. II mit den Flächen  $P, h, M, t, y, e, n, l, T, m, a, p, o$ , wird besonders deutlich die

gegenseitige Stellung der beiden Basen erkennen lassen. Die Begrenzung der Basis des obern Individuums ist ringsum mit feinen ausgezogenen, die Basis des untern Krystalls mit punktirten Linien bezeichnet. Die Verschiebung der Flächen gegen einander zeigt sich namentlich in Bezug auf das Makropinakoid. Die  $h$  und  $h'$  liegen zwar in einer und derselben Ebene, die verticalen Kanten correspondiren indess nicht. Diejenige Linie, welche die Durchschnittspunkte (rechts und links) in den Flächen  $M \overline{M}$  verbindet, ist die Makrodiagonalaxe, die Drehungsaxe. Die in  $M \overline{M}$  liegenden Endpunkte dieser Linie sind die beiden einzigen homologen Punkte, welche den Zwillingsindividuen gemeinsam sind. In unserer Fig. 10, Taf. II ist die Incongruenz der Peripherien der Basen, um dieselbe überhaupt zur Anschauung zu bringen, etwas vergrößert. Es beträgt der Winkel der Kanten  $M:P$  und  $\overline{M}:\overline{P}$   $2^\circ 23' 20''$ , während  $P:l$  und  $\overline{T}:\overline{P}$  sich unter  $0^\circ 41' 10''$  schneiden. Der letztere Winkel ist so gering, daß bei der Kleinheit der Krystalle ein eigentliches Vorragen des unteren oder oberen Individuums an der Zwillingsgränze kaum deutlich wahrnehmbar ist. Charakteristisch ist aber für diesen in Rede stehenden Fall der Verbindung ohne Ueberwachsung, daß die Zwillingskanten  $T:l$  resp.  $l:T$  fast genau parallel gehen mit den Kanten  $T:P$  und  $l:P$ , wie es z. B. bei Fig. 15 und 16, Taf. II für einen Theil des Gränzverlaufs zu beobachten ist.

Bei Weitem häufiger begränzen sich die Individuen nicht mit  $P$ , sondern es gleicht sich die Nichtüberdeckbarkeit der Basisränder durch Fortwachsung aus; es entstehen nun Kanten, welche ich in der früheren Mittheilung Ueberwachsungskanten genannt habe. Alle Kanten dieser Art sind auf unserer Tafel durch gestrichelt-punktirte Linien bezeichnet. Wo der so bezeichnete Gränzverlauf auf eine der Makroaxe parallele Fläche tritt, ist die Linie nur gestrichelt; hier ist sie lediglich Gränze — meist unsichtbar —, keine Kante. Die angedeuteten Verhältnisse werden verständlich seyn bei Betrachtung der Fig. 11,

Taf. II — mit den Flächen  $P, M, t, x, y, e, n, l, T, f, m, a, p, o, g, u, s, i, b$ , und  $\underline{P, M, t, x, y, e, n, l, T, z, p, o}$  — und Fig. 12, Taf. II mit den Flächen  $\underline{P, h, M, t, y, e, n, \gamma, l, T, m, a, p, o}$  und  $\underline{P, h, M, t, y, e, n, k, l, T, p, o}$ . —

Der Verlauf der Ueberwachungskanten auf den verschiedenen Flächen der verticalen Zone wurde bereits früher deducirt. Ein eingehenderes Studium des neuen reichen Materials hat mich indeß die in jener ersten Mittheilung ausgesprochene Ansicht etwas modificiren lassen. Damals glaubte ich, die Individuen begränzten sich mit den Flächen  $P$ , und die eigenthümlichen Ueberwachungskanten gehörten wesentlich nur der Oberfläche des Zwillinges an. Die Erscheinung feiner eingeschalteter Zwillinglamellen (s. Fig. 3, Taf. II), welche genau die Richtung der genannten Kanten besitzen, gab mir indeß die Ueberzeugung, daß in der That diese, wenngleich nicht krystallognomischen Kanten die Berührungsebene begränzen. Früher haben wir zwar die Neigung dieser Ebene zu  $P$  bestimmt, doch wollen wir jetzt, da sie als eine Ebene mit physikalischer Existenz sich erwiesen, versuchen, sie auch krystallographisch zu bestimmen.

Eine einfache Erwägung mit Hinblick auf die Figg. 11 und 12, Taf. II wird uns zum Ziele führen. Wie der Augenschein lehrt, berühren sich beide Individuen hier zu ein und derselben Durchschnittsebene. Da die Krystalle gewendet sind und dennoch einen congruenten Schnitt besitzen, so folgt, daß dieser nicht rhomboidisch seyn kann, wie die parallel  $P, x, y, q$  liegenden Schnitte, sondern rhombisch seyn muß. Ein Rhombus (dessen Diagonalen sich rechtwinklig schneiden) ist nach seiner Wendung,  $180^\circ$  um eine seiner Diagonalen, überdeckbar, nicht aber ein Rhomboid. Um die Berührungsebene zu bestimmen, suchen wir demnach dasjenige Hemidoma, dessen Diagonalen normal zu einander stehen. Wir wollen uns nun einen Anorthit nur begränzt von den Flächen des rhomboidischen Prismas  $Tl$

nebst der Basis  $P$  vorstellen und in der letzteren die beiden Diagonalen, d. h. die Axen  $a$  und  $b$  ziehen. Dieselben schliessen rechts vorne den Winkel  $91^{\circ} 11' 40''$  ein. Die Makrodiagonale senkt sich zur Rechten hinab, so daß sie mit der Verticalaxe rechts unten den Winkel  $86^{\circ} 46' 38''$  bildet. Denken wir uns nun die Brachydiagonale stetig gesenkt, so daß sie in der Ebene  $M$  bleibt, bis sie endlich mit der Verticalaxe zusammenfällt! Während dieser Bewegung vermindert sich allmählig der Winkel zwischen der sich senkenden Axe und der Makrodiagonalen und durchläuft alle Werthe von  $91^{\circ} 11' 40''$  bis  $86^{\circ} 46' 38''$ . Es giebt demnach auch eine Lage, welche durch den Winkel von  $90^{\circ}$  bezeichnet ist. Diese Neigung der Diagonale entspricht dem rhombischen Querschnitt des Anorthitprismas und zugleich der Berührungsebene unseres Zwillinges. Die gesuchte Ebene muß demnach beim Anorthit steiler hinabsinken als  $P$ , resp. ein vorderes Hemidoma seyn. Für den Albit, bei welchem nicht, wie beim Anorthit, im rechten oberen Octanten des Axenkreuzes drei stumpfe Winkel liegen, sondern — in der von mir im Anschluß an Des Cloizeaux gewählten Stellung — zwei stumpfe und ein spitzer, muß jener rhombische Schnitt die Lage eines hintern Hemidomas haben. Es ist nun nicht schwer, die Lage der genannten Ebene für den Anorthit zu berechnen. Es ergibt sich, daß sie zum Makropinakoid unter dem Winkel  $47^{\circ} 58' 42''$  geneigt ist, mit  $P$  den Winkel  $164^{\circ} 1' 42''$  (resp.  $15^{\circ} 58' 18''$ ) bildet; mit dem linken  $M = 85^{\circ} 39' 56''$ . Die kurze Diagonale des rhombischen Schnitts bildet mit der Verticalaxe den Winkel  $= 48^{\circ} 3' 36''$ ; mit der Brachyaxe  $16^{\circ} 0' 54''$ ; mit der Makroaxe  $90^{\circ}$ . Der rhombische Schnitt, die Verbindungsebene des in Rede stehenden Zwillinggesetzes, steht demnach normal zur Zwillingsebene, welch' letztere normal zur Flächenzone  $tPy$  liegt (vgl. Fig. 14, Taf. II die gestrichelte über  $P$  und  $y$  laufende Linie).

Es bedarf kaum der Bemerkung, daß die Eigenschaft unseres Schnitts, eine rhombische Gestalt, d. h. normale

Diagonalen zu besitzen, in keiner Beziehung zur Rationalität der Axenschnitte steht. Doch ist die Beantwortung der Frage, ob die gefundene Ebene sich einem krystallonomischen Ausdrucke fügt, nicht ohne Interesse. Wir sind gewohnt, alle Ebenen und Richtungen an Krystallen als krystallonomische Werthe aufzufassen, so daß sich fast unwillkürlich die Ansicht aufdrängt, die Richtung jener Streifen Fig. 3, Taf. II und die Verwachsungsebene Fig. 11 und 12, Taf. II müßten gleichfalls krystallonomisch ausdrückbar seyn. Wäre dies der Fall, so würde sich um so leichter erklären, daß die Begränzung mittelst des rhombischen Schnitts bei den Lamellen ausnahmslos und bei den Zwillingen gewöhnlich stattfindet. Bekanntlich ist bei Zwillingsverwachsungen die Verwachsungsebene meist nur dann regelmäßig, wenn dieselbe zugleich Zwillings-ebene oder wenigstens eine krystallonomische Fläche ist.

Unser rhombischer Schnitt erhält keine *einfache* Formel, ja er stimmt — wenn wir von den gegebenen Axenelementen ausgehen — überhaupt nicht *vollkommen* mit irgend einem krystallographischen Ausdrucke überein; — kommt aber außerordentlich nahe dem

$$\text{Hemidoma } (\frac{1}{3} a : \infty b : c), \frac{2}{3} \bar{P} \infty.$$

Diese Fläche würde folgende Neigungen besitzen:  
 zum Makropinakoid ( $h$ ) =  $47^{\circ} 57' 36''$  ( $132^{\circ} 2' 24''$ )  
 zur Basis  $P = 164^{\circ} 0' 36''$  ( $15^{\circ} 59' 24''$ )  
 zum linken  $M' = 85^{\circ} 39' 56''$ .

Die kurze Diagonale der Fläche  $\frac{2}{3} \bar{P} \infty$  bildet folgende Winkel:

mit der Verticalaxe  $48^{\circ} 2' 30''$   
 mit der Brachyaxe  $16^{\circ} 2' 0''$   
 mit der Makroaxe  $89^{\circ} 59' 55''$ .

Die Uebereinstimmung dieser Winkel mit den obigen ist so nahe, daß es nur einer sehr kleinen Correction der Axenelemente bedürfte, um die Identität des rhombischen Schnitts mit der Fläche  $\frac{2}{3} \bar{P} \infty$  herzustellen. Es ist viel-

leicht nicht unwahrscheinlich, daß wirklich jenem Schnitte genau ein krystallonomischer Ausdruck zukommt.

Mit Hülfe der Fig. 10, Taf. II kann man sich das Zustandekommen der Zwillingsskanten der Fig. 12, Taf. II leicht vorstellen. Auf der linken Seite, wo die  $\overline{MM}$  eine einspringende Kante bilden, kommen die Flächen durch bloße Fortwachsung der vorragenden Krystalltheile zur Berührung. Auf der rechten Seite können hingegen die Flächen durch Fortwachsung gar nicht zur Berührung kommen, da sie ja ausspringend sich begegnen. Hier kann man sich die Bildung der Zwillingsskante in folgender Weise vorstellen. Der untere (gewendete) Krystall bildet rechts vorne ein vorragendes Stück. Dies werde weggenommen mittelst eines Schnitts, welcher eine genaue Fortsetzung des  $\overline{M}$  des obern Individuums darstellt. Man sieht sogleich ein, daß die so entstehende Kante sich auf der vordern Seite der Makrodiagonalen abwärts neigen, auf der hintern Seite sich aufwärts heben muß, — genau so, wie es auf der linken Seite der Fall ist.

Für den Zwilling berechnen sich folgende Kanten, wenn man die obigen Axenelemente zu Grunde legt:

$$\begin{aligned} M:\overline{M} &= 171^\circ 19' 53''; f:\underline{z'} = 172^\circ 57' 4''; T:\underline{l'} = 176^\circ 30' 4''; \\ e:\underline{n'} &= 175^\circ 32' 56''; o:\underline{p'} = 176^\circ 22' 32''. \end{aligned}$$

1) An einem Zwilling der zweiten Modification (Fig. 11, Taf. II) — die ausspringende Kante zur Rechten — wurden folgende Kanten gemessen:

$$\begin{aligned} T:\underline{l} &= 176^\circ 29\frac{1}{2}' \text{ ausspr.} & T:\underline{l'} &= 176^\circ 29' \text{ einspr.} \\ f:\underline{z'} &= 172^\circ 57' \text{ einspr.} & P:\underline{T} &= 110^\circ 42' \text{ (ber. } 110^\circ 40') \\ P:\underline{l} &= 114^\circ 5' \text{ (ber. } 114^\circ 6\frac{1}{2}'). \end{aligned}$$

2) An einem Zwillinge der ersten Modification wie Fig. 12, Taf. II (welcher gleich dem vorigen die Gränze ringsum laufend zeigte):

$$T:\underline{l'} = 176^\circ 32' \text{ (ausspr.).}$$

3) Erste Modification, der Zwilling ausgezeichnet durch



die Ausdehnung in der Richtung der Makroaxe,  $P$  und  $y$  sich in langen Kanten scheidend,

$$T:l = 176^\circ 35' \text{ (einspr.)}$$

$$z:n = 138^\circ 12' \text{ (} 138^\circ 14\frac{1}{2}' \text{)}$$

$$y:o = 142^\circ 13' \text{ (} 142^\circ 10' \text{)}.$$

Nicht immer theilt die Verwachsungsebene den Zwilling in zwei nahe gleiche Stücke wie bei Fig. 11 und 12, Taf. II; vielmehr überwiegt zuweilen das eine Individ sehr über das andere. Einen solchen Fall stellt Fig 13, Taf. II dar.  $P, M, t, y, e, n, r, c, l, T, p, o$  und  $P', t, y, e, n, l, T, p, o$ . Der gezeichnete Krystall gehört der ersten Modification an, da die einspringende Kante zur Rechten liegt. Das obere gewendete Individ liegt gleichsam nur als eine Decke auf dem normal gestellten; so läuft die Gränze nicht wie gewöhnlich über  $M$ , sondern über  $e$  und  $n, o$  und  $p$ . An diesem Krystall, welchen die Zeichnung naturgetreu darstellt, wurden folgende Winkel gemessen:

$$T:l' = 176^\circ 28\frac{1}{2}' \text{ (ber. } 176^\circ 30' \text{) ausspr.}$$

$$n:e' = 175^\circ 32' \text{ (} 175^\circ 33' \text{) ausspr.}$$

$$o:p' = 176^\circ 30' \text{ (} 176^\circ 22\frac{1}{2}' \text{) ausspr.}$$

$$P':l = 114^\circ 5' \text{ (} 114^\circ 6\frac{1}{2}' \text{)}$$

$$P':p = 125^\circ 41' \text{ (} 125^\circ 43' \text{)}$$

$$P':y = 98^\circ 45' \text{ (} 98^\circ 46' \text{)}.$$

Unser Krystall zeigt eine theilweise Anomalie in Bezug auf die Begränzungsebene der Individuen. Sie entspricht dem rhombischen Schnitt, wo sie die Flächen  $e$  und  $n, p$  und  $o$  scheidet. Wo indeß die Gränzlinie über die Flächen des rhomboidischen Prismas läuft, ist ihr Zug den Kanten  $T:P$  resp.  $l:o$  (beide divergiren  $0^\circ 41' 10''$ ) fast genau parallel. Dieser Theil der Zwillingegränze ist in der Figur mit feiner ausgezogener Linie bezeichnet. Es bricht demnach im vorliegenden Krystall die Berührungsebene mit ihrem Eintreten in den vorderen Theil des Zwillings, so daß der rückwärts liegende mit dem vor-



dern Theil den Winkel  $164^{\circ} 1' 42''$  bildet. In Bezug auf die angedeutete Verschiedenheit im Verlauf der Gränze über die verschiedenen Flächen ist Folgendes zu bemerken. Die Gränze zieht nämlich (jene selteneren Fälle ausgenommen, in denen, wie in Fig. 10, Taf. II die Individuen ohne Ueberwachsung mit den nicht congruenten Basen aufeinander ruhen) über die Flächen  $M, f, z, e, n$ , stets mit großer Regelmäßigkeit, indem sie im rhombischen Schnitte liegt. Meist bleibt die Gränzlinie in derselben Ebene auch in ihrem Verlaufe über die Flächen des rhomboidischen Prismas  $Tl$ ; nicht selten indess verläßt sie die Ebene des rhombischen Schnitts, indem sie parallel den Kanten  $P:T$  und  $P:l$  zieht oder auch sich unregelmäßig krümmt, zuweilen zickzackförmig. Die Ursache des Schwankens im Lauf der Zwillingsgränze auf  $Tl$  hängt offenbar mit der geringeren Divergenz der Basiskanten  $P:T$  und  $P:l$  zusammen. Die Ausgleichung der nicht überdeckbaren Basen, in welcher wir die Ursache der für dies Gesetz charakteristischen Begränzung fanden, wird nämlich um so erfolgreicher erstrebt, je größer die Incongruenz der Basen ist. Nun beträgt die Divergenz der Kanten  $P:M$  und  $P:\overline{M}$  oder  $P:n$  und  $P:e = 2^{\circ} 23' 20''$ ,  $P:f$  und  $P:z = 1^{\circ} 51' 56''$ ; der Winkel zwischen den Kanten  $P:l$  und  $P:T$  hingegen nur  $0^{\circ} 41' 10''$ . Eine so geringe Differenz konnte sich durch eine leichte Flächenkrümmung ausgleichen. Den gleichen Gränzverlauf auf den Prismenflächen, wie in Fig. 13, Taf. II fanden wir auch bei dem früher beschriebenen Durchkreuzungszwillinge (Forts. VIII No. 35, Fig. 4). — Eine andere Ausbildung als jener damals beschriebene Zwilling zeigt Fig. 14, Taf. II, einer der herrlichsten Anorthite in der „Sammlung vesuvischer Auswürflinge“ zu Neapel, circa  $15^{\text{mm}}$  groß, noch aufgewachsen, doch fast ringsum frei.  $P, M, y, n, l, T, o, u$ . Im Gegensatz zu dem früher dargestellten Kreuzzwillinge ist der vorliegende nicht in der Richtung der Verticalaxe, sondern in derjenigen der Makrodiagonale ausgedehnt, so daß

Pund  $y$  sich in Kanten schneiden, welche durch die Flächen  $ll$  gleichsam eingekerbt sind. Die von den einspringenden Kanten  $ll$  über  $P$  und  $y$  auslaufenden gestrichelten Linien bezeichnen die Zwillingssebene, welche normal zu der andern, dem rhombischen Schnitte entsprechenden, Verwachsungsebene, und gleichfalls normal zur Makrodiagonalen steht. Es kann zwei Modificationen dieser Kreuzzwillinge geben, die eine mit beiderseits einspringenden Kanten, die andere mit ausspringenden. Diese letztere Art scheint indess in der Natur nicht vorzukommen. Es läßt sich der Krystall 14 auch als eine Verbindung einer rechten Hälfte des Krystalls 12 mit der linken Hälfte des Krystalls 11 ansehen. Die andere Modification würde sich umgekehrt zusammensetzen aus einer rechten Hälfte Fig. 11 und einer linken, Fig. 12. Die beiden Arten der Kreuzzwillinge unterscheiden sich auch durch die Flächen des rhomboïdischen Prismas, bei der ersteren liegen die  $TT$ , bei der zweiten die  $ll$  oben. Bei der Modification mit einspringenden Kanten sind die Flächen  $ee$  ganz aus der Umgränzung verdrängt, umgekehrt würden es bei einem Kreuzzwilling mit ausspringenden Kanten die  $nn$  seyn. Kr. 14 ist so gezeichnet, daß dasjenige Individ, welches die linke obere und die rechte untere Hälfte bildet, normal gestellt ist. Weder die Kante  $ll$  noch die Zwillingssebene stehen genau vertical.

Die Drehungsaxen bei den Verwachsungen nach den Gesetzen I und II sind in Bezug auf ihre Lage im Raume nicht so sehr verschieden, indem sie nur  $4^{\circ} 20'$  divergiren. Welch einen Unterschied in der Erscheinung der Zwillinge bedingt indess diese Differenz der Rotationsaxen!

Nach dem Gesetze der Makrodiagonale sind in recht mannichfacher Weise nicht selten einzelne Krystallstücke und Lamellen einem Hauptindividuum eingeschaltet. Die Figg. 15 bis 18 geben hiervon naturgetreue Bilder. Fig. 15 zeigt einen tafelförmigen Krystall mit eingeschaltetem keilförmigem Zwillingsstück. Es war nöthig dem Haupt-

krystall die gewendete, dem eingefügten Krystallkeil die normale Stellung zu geben, weil andernfalls dieser letztere mit seiner merkwürdigen Begränzung auf die Hinterseite gefallen wäre. Der herrschende Kr. besitzt die Flächen  $\underline{P}$ ,  $\underline{h}$ ,  $\underline{M}$ ,  $\underline{t}$ ,  $\underline{x}$ ,  $\underline{y}$ ,  $\underline{e}$ ,  $\underline{n}$ ,  $\underline{r}$ ,  $\underline{l}$ ,  $\underline{T}$ ,  $\underline{m}$ ,  $\underline{a}$ ,  $\underline{p}$ ,  $\underline{o}$ , das Zwillingstück  $\underline{P}$ ,  $\underline{h}$ ,  $\underline{t}$ ,  $\underline{T}$ ,  $\underline{p}$ . Die Fläche  $\underline{t'}$  dehnt sich zur Linken aus, einen Vorsprung bildend, welcher dem Zwilling angehört. Die Begränzung geschieht durch die einspringenden Kanten  $\underline{P}:\underline{l}$ ,  $\underline{P}:\underline{t'}$  sowie durch die gleichfalls einspringenden Ueberwachungskanten  $\underline{T}:\underline{l}$  und  $\underline{p'}:\underline{o}$ . Bemerkenswerth ist hier besonders, daß die obere Begränzung parallel  $\underline{P}$  erfolgt, während die untere im rhombischen Schnitte liegt. So convergiren beide Begränzungsflächen unter  $15^{\circ} 58' 18''$  und bedingen hierdurch, daß das Zwillingstück sich auskeilt, ohne die Mitte der Tafel zu erreichen. Wie weit dasselbe nach rechts fortsetzt, ist aus der äußern Umgränzung nicht wahrzunehmen, denn auf  $\underline{P}$ ,  $\underline{t}$  und  $\underline{h}$  nimmt man keine Gränzen wahr. In der mir vorliegenden Sammlung befinden sich drei gleichgebildete Tafeln mit solch eingeschalteten Stücken wie Fig. 15, zum Beweise, daß die verschiedenartige Begränzung eine tiefere Ursache haben muß.

Fig. 16 zeigt bei aller Verschiedenheit des Ansehens doch eine sehr ähnliche Einschaltung eines Zwillingstücks wie der vorige Krystall. Das Individ zur Rechten mit den Flächen  $\underline{P'}$ ,  $\underline{M}$ ,  $\underline{t'}$ ,  $\underline{y}$ ,  $\underline{e}$ ,  $\underline{n}$ ,  $\underline{r}$ ,  $\underline{c}$ ,  $\underline{l}$ ,  $\underline{T}$ ,  $\underline{p}$ , befindet sich in gewendeter Stellung. Dem auf die linke Seite beschränkten Zwillingstücke ( $\underline{P}$ ,  $\underline{M}$ ,  $\underline{t}$ ,  $\underline{y}$ ,  $\underline{n}$ ,  $\underline{c}$ ,  $\underline{l}$ ,  $\underline{T}$ ,  $\underline{o}$ ) kommt die normale Stellung zu. Die Begränzung gegen das herrschende Individ geschieht ähnlich wie bei Fig. 15. Aus der Fläche  $\underline{l'}$  tritt das Zwillingseindiv hervor,  $\underline{P}$  erscheint gleich einem schmalen Vorsprung ohne Ueberwachung. Die Gränze ist demnach hier fast genau parallel  $\underline{l'}:\underline{P}$ . Indem nun aber die Scheidungslinie die Prismenfläche  $\underline{l'}$  verläßt, um  $\underline{n}$  von  $\underline{e'}$  zu scheiden, hebt sie sich, mit  $\underline{e'}:\underline{P'}$  con-

vergirend empor, in Folge der hier stattfindenden Ueberwachsung. Die Kanten  $n:e'$  und  $o:p'$  sind ausspringend. Auf  $y$  tretend, verlöscht die Gränze. Das gewendete Individuum wächst nicht nur über das normal gestellte Krystallstück hinweg, sondern umfaßt dasselbe auch unten. Diese untere Gränze entspricht sowohl auf  $M$  als auch auf den Flächen des rhomboidischen Prisma's dem rhombischen Schnitte. In Folge dessen vermindert sich auch hier die Dicke des eingeschalteten Stücks von vorne nach hinten um etwa die Hälfte. In den beiden, von der gemeinsamen Fläche  $y$  nach oben unter  $6^{\circ} 26' 44''$  divergirenden Prismenkanten offenbart sich auf das Deutlichste die Divergenz der Verticalaxen bei dem Gesetze der Makrodiagonale.

Es fehlt auch nicht an polysynthetischen Zwillingen, welche aus mehreren übereinander liegenden, nach demselben Gesetze (der Makrodiagonale) verbundenen Platten zusammengesetzt sind. Die abwechselnden Stücke haben dann eine identische Stellung. Dies führt uns zu den gestreiften Krystallen, Fig. 3. Diese Streifen, meist von kaum wahrnehmbarer Dicke, liegen stets im rhombischen Schnitte, niemals in  $P$ . Zuweilen erscheint eine einzige feine Lamelle in einem tafelförmigen Krystall, denselben in zwei nahe gleiche Hälften theilend. In andern Fällen treten die Streifen dichter gedrängt auf. Nur selten kann man sie alsdann von der einen Seite des Krystalls (in der Richtung der Makroaxe) auf die andere verfolgen.

Nicht ganz selten kommen die beiden Zwillingsgesetze, welche bisher Gegenstand unseres Studiums waren, mit einander in demselben polysynthetischen Krystall zur Erscheinung. Es kann dies in mehrfacher Weise geschehen, wie die Figg. 17, 18, 19 zeigen.

Fig. 17 ist ein dicktafelförmiger Zwillingskrystall, dessen Individuen verbunden sind nach dem ersten Gesetze (Axe die Normale zu  $M$ ), und folgende Flächen besitzen  $P, M, t, y', e, n, l, T, o', u', i'$ , die Flächen  $PP$  und  $tt$  bilden oben,  $yy$  unten eine einspringende Kante. Dem-

nach ist das linke Individuum das gedrehte. Jeder Krystallhälfte ist nun mit größter Regelmäßigkeit ein keilförmiges Zwillingstück eingeschaltet; dasjenige auf der linken Seite ist in der Figur genau wiedergegeben; dasjenige zur Rechten ist deutlich nur dort, wo es sich aus der Prismenfläche  $l$  heraushebt. Die Auskeilung dieses letzteren Stücks innerhalb der Fläche  $e$  war wegen unvollkommener Ausbildung dieses Endes nicht ganz deutlich und wurde deshalb im Sinne der linken Krystallseite ergänzt. Wir sehen demnach auch hier, wie in Fig. 15 und 16, den Verlauf der obern Zwillinggränze (fast genau) parallel  $P:l$ , und gleich einer schmalen Stufe das  $P$  des Zwillingsteils hervortretend. Wo derselbe in die Fläche  $e$  eintritt, stellt sich die obere Gränze als eine Furche dar, parallel der Kante  $P:e$ . Während hier die Verwachsungsebene parallel  $P$  ist, findet an der untern Gränze Ueberwachsung, entsprechend dem rhombischen Schnitte, statt; so verjüngen sich die Stücke schnell nach hinten und oben. Die gestrichelt-punktirten Ueberwachsungskanten sind einspringend. Die parallel  $PP'$  ziehenden, feinen Linien zwischen dem  $n$  der Keile und  $e$  der Hauptkrystalle sind keine wahren Kanten, es sind Furchen, welche die nicht homologen, ausspringend sich begegnenden Flächen scheiden. Ueber die Fortsetzung der Keilstücke gegen die Zwillingsebene  $M$  der Hauptzwillinge liefs sich nichts ermitteln. Doch schien es mir, daß die beiden Keilstücke weder mit einander, noch auch nur mit der andern Hälfte des Hauptzwillinges in Berührung kommen. Jene vorspringenden Krystalltheile meiden einander, was wohl erklärlich, da sie, wenn auch keine regellose, so doch keine gesetzmäßige Stellung zu einander haben. Es giebt keine krystallographische Linie, um welche in einfacher Drehung gewendet, das eine Stück in die Stellung des andern käme. Man bringe einen Anorthit in die Lage des rechten Keilstücks. Um denselben nun in die Stellung des linken Gegenstücks zu bringen, muß man drei Drehungen vollführen, zwei

Mal die Rotationsaxe wechselnd. Zuerst  $180^\circ$  um die Makrodiagonale, dann den gleichen Winkelwerth um die Normale zu  $M$ , dann wieder  $180^\circ$  um die neue Makrodiagonale. — Die Gruppe

Fig. 19 bietet uns eine zweite nicht weniger interessante Verbindung beider Zwillingsgesetze dar. Der in der Richtung der Verticalaxe ausgedehnte Zwilling hat  $M$  zur Zwillingsebene; die ausspringende Kante  $P:P$  befindet sich an dem nach oben gewandten Ende, d. h. das erste Individ ist das normal gestellte, umgekehrt wie bei Fig. 9. Dieser Zwilling nach dem 1. Gesetze ist von folgenden Flächen begränzt:  $P, M, x, y, e, l, T, f, z, p, o, w$ . An das rechte Individ fügt sich nun, aus  $M$  hervorspringend, ein Krystallstück an, verbunden nach dem Gesetze der Makrodiagonale. Die Stellung ist genau so, wie die der rechten Hälfte der Gruppe Fig. 17. Das um die Makroaxe gedrehte Individ ist von den Flächen  $P', M, y', n', l', T, g, o, u, v$  begränzt. Das mittlere, oder das normal gestellte unter den drei zur Gruppe verbundenen Individuen wächst nun unten zur Rechten fort und schließt sich mittelst einer Ueberwachungskante an das um die Makrodiagonale gedrehte Individ. Die einspringende Kante  $M:P'$  misst  $94^\circ 10'$  und ist genau parallel der Kante  $M:e$  (denn  $P$  und  $P'$  sind parallel); nicht aber genau parallel  $P':n'$ . Die Figur wird alle weiteren Gränzverhältnisse der Gruppe, wie ich hoffe, deutlich darlegen. Man bemerke, daß keine Berührung zwischen dem linken Individ und dem um die Makrodiagonale gedrehten stattfindet; diese beiden haben keine Fläche und keine krystallonomische Linie gemein. Erwähnenswerth ist ein Doppelzwillling der Sammlung, bei welchem nicht nur an das rechte verticale Individ, sondern genau so auch an das linke ein vierter Krystall mit Wendung um die Makrodiagonale sich anfügt, so daß eine durchaus symmetrische Gruppe entsteht. — An der Gruppe Fig. 19 wurden folgende Winkel gemessen:

$e:M = 136^\circ 48\frac{1}{2}'$	(ber. $136^\circ 48\frac{1}{2}'$ )
$y:y' = 178^\circ 49'$	( $178^\circ 55'$ ) einspr.
$P:P' = 171^\circ 45'$	( $171^\circ 40'$ ) ausspr.
$l:l' = 116^\circ 0'$	( $116^\circ 8'$ )
$T:l = 176^\circ 40'$	( $176^\circ 30'$ )
$M:M = 171^\circ 12'$	( $171^\circ 20'$ ).

Die Abweichungen der gemessenen und der berechneten Winkel sind hier nicht unbedeutend und wohl begründet in der polysynthetischen Natur des Krystalls. Dafs bei dem Albit ähnliche Verwachsungen vorkommen, wie Fig. 19, lehrt uns eine Mittheilung Hessenberg's s. Mineralog. Notizen No. 9, S. 40; Fig. 13, Taf. I. Krystallstücke, welche zwar zwillingsverwachsen sind mit einem dritten Individuum, aber nicht gesetzmäfsig zu einander stehen, scheinen in der That stets eine Berührung zu vermeiden. Dies zeigt sich auch bei denjenigen Krystallen, welche nach zwei verschiedenen Richtungen gestreift sind.

Fig. 18 stellt einen dieser seltenen Krystalle dar ( $P, M, t, y, e, n, l, T, f, z, p, o, w$ ), in welchem sowohl parallel dem rhombischen Schnitte als dem Brachypinakoid Zwillingslamellen eingeschaltet sind. Dieselben sind in die Figur naturgetreu eingetragen, wie man sie durch die Lupe wahrnimmt. Man bemerke, dafs die verticalen Lamellen nicht den ganzen Krystall durchsetzen, weder von oben nach unten, noch von vorne nach hinten, dafs auch die schiefen Streifen enden, bevor sie die Fläche  $y$  oder die Kante  $T:l$  erreichen. Manche dieser Linien sind unterbrochen und erscheinen zuweilen wie gestrichelt. Nirgends berühren oder durchkreuzen sich zwei Streifen verschiedener Art. Diese doppelten Streifensysteme erinnern in etwas an die Kalkspathlamellen, welche oft nach zwei, zuweilen sogar nach drei Richtungen in den Krystall eingeschaltet sind, und über welche, wie über die durch sie erzeugten Canäle G. Rose eine scharfsinnige Arbeit geliefert hat (Schr. d. k. Akd. d. Wiss. Jahrg. 1868 S. 57 — 79). Die



Lamellen des Kalkspaths unterscheiden sich indess dadurch wesentlich von denen des Anorthits, daß sie sich durchschneiden und so die eine Art der Canäle bilden. Indess verdanken die Zwillinglamellen des Kalkspaths ein und demselben Verwachsungsgesetze ihre Entstehung (Zwillingsebene das erste stumpfe Rhomboëder) und haben demnach auch unter einander eine krystallonomische Stellung, indem sie eine Hauptrhomboëderfläche gemein haben<sup>1)</sup>. Die Combination des ersten und des zweiten Zwillinggesetzes in ein und derselben Gruppe beobachtete bereits Strüver (*Atti Acc. Torino, Vol. VI, 1871*). Der von ihm trefflich beschriebene und gezeichnete Zwilling, nach dem Gesetze der Makrodiagonale, bietet zwei prismatische Individuen, welche mit *P* (wie es scheint ohne Ueberwachsung) auf einander liegen. Dem obern Individ sind Zwillinglamellen parallel *M* eingeschaltet. Strüver bestätigte jene Thatsache, welche ich in der ersten Mittheilung über das Gesetz der Makrodiagonale hervorgehoben, daß man nämlich selten die ausspringende Zwillingsskante wahrnehmen könne. „Wo die Flächen beider Individuen ausspringende Winkel bilden müssten, sind die Krystalle nicht genügend ausgebildet. Es scheint hier gleichsam ein Bestreben der Natur vorhanden, durch Auflagerung von Lamellen die vorspringenden und zurücktretenden Theile an der Zwillingssuge auszugleichen, ohne daß dies vollkommen geschehen könnte.“ (Strüver.)

**Drittes Zwillingsgesetz:** Drehungsaxe die Verticale, Verbindungsebene *M*. Dies Gesetz wurde zuerst von Strüver beobachtet (*Atti Acc. Torino, 1868*). Die Zwillingsebene ist eine nicht krystallonomische Fläche, welche, da die Krystalle nach diesem Gesetze keine Kreuzzwillinge bilden, niemals zur Erscheinung gelangt. Zufolge dieses Gesetzes kann es wie bei den vorigen, zwei Modificationen geben, deren Merkmale in folgender Weise sich leicht auffassen lassen:

Die erste Modification zeigt an demjenigen Ende, wo

- 1) Auch beim Leucit durchschneiden sich die Zwillinglamellen, da sie nach ein und demselben Gesetze „Zwillingsebene eine Fläche des ersten spitzen Oktaëders“ eingeschaltet sind. Der Leucit krystallisirt nämlich nicht regulär, wie man bisher annahm, sondern quadratisch.



die Flächen  $P$  und  $x$  einspringende Winkel bilden,  $x$  und  $l$  zur Linken,  $P$  und  $T$  zur Rechten.

Die zweite Modification an demselben Ende  $P$  und  $T$  zur Linken,  $x$  und  $l$  zur Rechten.

Die erste Modification können wir uns gebildet denken aus zwei rechten, die zweite aus zwei linken Hälften eines normal gestellten Krystalls. Die Zwillinge nach diesem Gesetze sind viel seltener, als diejenigen nach den beiden vorigen; es befinden sich in der Sammlung nur zwei solcher Krystalle, beide der ersten Modification angehörig.

Fig. 20 mit der Flächen  $P, M, t, x, y, e, n, l, T, f, z, p, o, g, u$  beider Individuen. Bei dieser Verwachsung ist das verticale Zwillingprisma ident mit demjenigen eines einfachen Krystalls. Theilt demnach die Verbindungsebene den Zwilling nicht symmetrisch, wie es in unserer Figur dargestellt, sondern so, daß ein Individuum beide Flächen des rhomboëdischen Prismas ausbilden kann, so fallen die gleichnamigen Flächen beider Individuen vollkommen in Ein Niveau. Während die Verbindungsebene bei diesem Gesetze identisch ist mit derjenigen bei dem ersten, bilden die Drehungsachsen einen rechten Winkel mit einander. Beim Anblick der Fig. 20 wird man sich gewisser Orthoklaszwillinge von Elba erinnern, dadurch merkwürdig, daß  $P$  und  $x$  neben einander liegen. Bekanntlich liegen bei diesen Krystallen  $P$  und  $x$  sehr nahe in demselben Niveau, weit näher als es aus den Axenverhältnissen des Orthoklas folgen würde. Während  $x$  beim Feldspath eine wenig constante Fläche ist, und, neben  $P$  liegend, durch diese letztere beeinflusst wird, ist beim Anorthit, wie die Form überhaupt, so auch  $x$  viel constanter. Man kann sich auf das Bestimmteste überzeugen, daß  $x$  nicht in die Zone  $M:n:P'$  fällt, und daß die Kante  $x:M$  einen etwas größeren Winkel mit der Verticalen einschließt als Kante  $P':M$ , die Differenz beider Winkel beträgt  $0^\circ 24' 4''$ . Um die Individuen Fig. 20 in die normale Stellung zu bringen, d. h. diejenige der Krystalle 1, 2 etc., drehe man das rechte Individuum eine Normale in  $M$ , das linke um eine, in  $M$  liegende Nor-

male zur Verticalen. So überzeugt man sich leicht, daß beide Individuen unserer Figur rechte Krystallhälften sind.

Dies dritte Gesetz hat manche Analogie mit dem zweiten, bei welchem die Makrodiagonale Drehungsaxe ist. In beiden Fällen sind die Individuen um eine Krystallaxe gedreht, die Zwillingssebene ist nicht krystallonomisch; die Individuen verbinden sich mit incongruenten Ebenen. Hier tritt indeß ein Unterschied hervor. Denken wir uns in Fig. 20  $y$  und  $t$  fehlend, so würden die beiden  $M$ , mit denen die Individuen sich berühren, durchaus vergleichbar seyn den  $P$ -Flächen der Fig. 10. In beiden Fällen haben die Verbindungsflächen nur zwei homologe Punkte gemein, in Fig. 10 die Enden der Makrodiagonale, in Fig. 20 die Enden der Verticalaxe. Während aber bei jener ersten Verwachsung gewöhnlich eine Ausgleichung, eine Ueberwachsung der incongruenten Ränder, im rhombischen Schnitte, erfolgt, stehen die Individuen der Fig. 20 stets incongruent neben einander ohne Ueberwachsung und Ausgleichung. Der rhombische Schnitt der — mit incongruenten Basen  $M$  verbundenen — rhomboïdischen Prismen  $Px$ ,  $\underline{x}$   $\underline{P}$  würde die Fläche  $T$  schneiden, über  $P'$  vorne und  $\underline{P}$  hinten fortgehen. Für die Neigung dieses rhombischen Schnitts zu  $M$  berechnet sich  $= 4^\circ 21' 40''$ . Denken wir uns die Fläche  $\underline{x}$  zur Rechten hinüberwachsend bis sie mit  $P'$  zum Schneiden kommt, und durch diese Ueberwachsungskante und die Verticalaxe eine Ebene gelegt, so bildet diese letztere mit der Berührungsebene  $M$  den eben bezeichneten Winkel. In der so bestimmten Ebene könnten sich die durch  $Px$ ,  $\underline{Px}$  gebildeten rhomboïdischen Prismen congruent berühren. — Niemals aber beobachtet man eine Begränzung entsprechend diesem rhombischen Schnitt, vielleicht weil demselben kein krystallonomischer Ausdruck zukommt. Daß die Fläche  $M$  hier eine andere Rolle spielt als bei dem ersten Gesetze, dessen Drehungsaxe normal zu  $M$  ist, wird dadurch klar, daß die Individuen an der Berührungsfläche nicht einmal annähernd sich sym-

metrisch auszubilden streben, vielmehr das eine Individ hier frei über das andere vorragt, dort zurücktritt, etwa wie in Fig. 21. An dem Originalkrystall Fig. 20 ist vollkommen deutlich die Nichtparallelität der Kanten  $\underline{x:M}$  und  $\underline{P:M}$  in der Berührungsebene wahrzunehmen. An dem einen der nach diesem Gesetze gebildeten Zwillinge wurde die Kante  $\underline{P:x}$  gemessen =  $174^{\circ} 10'$  (ber.  $174^{\circ} 9' 20''$ ).  $\underline{x':o} = 153^{\circ} 13'$  (ber.  $153^{\circ} 13\frac{1}{2}'$ ).  $\underline{o:n} = 134^{\circ} 36'$  (ber.  $134^{\circ} 38\frac{1}{2}'$ ). An dem zweiten Krystall wurde gemessen: Kante  $\underline{n:x'} = 138^{\circ} 53'$  (ber.  $139^{\circ} 3' 57''$ )  $\underline{M:n} = 132^{\circ} 45'$ . Das dritte Zwillingsgesetz findet sich zuweilen in Combination mit dem ersten; ja es schalten sich dann wohl in die nach diesen Gesetzen verbundenen Individuen neue Zwillinglamellen parallel der Makrodiagonale ein.

Einen merkwürdigen Krystall dieser Art stellt Fig. 21 dar. Fassen wir zunächst die vier mit paralleler Verticalaxe verbundenen Individuen in's Auge. Zwei Zwillinge nach dem ersten Gesetze haben sich mit Drehung um die Verticale zu einem Doppelzwillinge verbunden. Solcher Doppelzwillinge kann es gleichfalls zwei Modificationen geben. Bei der einen liegen die  $P$ -Flächen zur Rechten (wie man auch die Gruppe drehen möge), bei der andern zur Linken, welch letztern Fall unsere Figur darstellt. Die beiden innern Individuen sind zu dünnen Lamellen zusammengedrückt. Bezeichnen wir, von der Linken zur Rechten, die Krystalltheile mit I, II, III, IV, so bemerken wir, daß I die normale Stellung besitzt; II steht wie das rechte Individ der Fig. 20, III wie das linke Individ derselben Figur, die Stellung IV kehrt auf unserer Tafel nicht wieder. Der Originalkr. ist in Bezug auf die Ausdehnung der rechten und linken Hälfte sehr unregelmäßig gebildet, die eine ragt frei über die andere hinweg; die innern Lamellen sind theilweise so schmal, daß sie kaum mit bloßem Auge wahrnehmbar sind; würden sie ganz verschwinden, so hätten wir die zweite Modification des dritten Gesetzes. Aehnliche polysynthetische Krystalle, gleich-

falls mit ganz schmalen innern Individuen, wurden von G. Rose am Albit von Schmirn in seiner schönen Arbeit „Ueber die Krystallform des Albits vom Roc-Fourné und des Albits im Allgemeinen“ (dies. Ann. Bd. 125, S. 464; Taf. IV, Fig. 8 und 9) beschrieben. In die beiden seitlichen Individuen I und IV sind nun Lamellen nach dem Gesetze der Makrodiagonale eingeschaltet, welche demnach auf der rechten Seite (V) von vorne nach hinten, auf der linken (VI) von hinten nach vorne sinken. Auf der rechten Seite bemerkt man namentlich eine breitere und eine schmale Lamelle; jene ist in ihrem Verlaufe genau durch die Figur dargestellt. Die Zwillingsgrenze, dem rhombischen Schnitt entsprechend, schneidet die äußerste Spitze von  $v$  ab. Die vertikalen Kanten des Individs IV erscheinen in Folge der Zwillingsstücke nach der Makrodiagonale wie geknickt. Auf der linken Seite treten, in größerer Zahl, sehr feine Zwillingstreifen auf. Die Zeichnung war nicht ohne Schwierigkeit, indem die sechs Individuen die Construction von drei Verticalaxen, vier makro- und ebensoviel brachydiagonalen Axen erheischten. Wollen wir die dem Individ IV eingeschaltete Lamelle durch Drehung in die Stellung der dem Individ I eingeschalteten bringen, so kann dies durch drei Wendungen um je  $180^\circ$  geschehen: zunächst um die Makrodiagonale, dann erhalten wir die Stellung IV, dann um die Verticale, so resultirt Stellung I, endlich um die neue Makrodiagonale, so ergiebt sich die Lage der linken Zwillinglamellen. Für die einspringende Kante  $v:w$  im rhombischen Schnitte ergiebt die Rechnung  $= 173^\circ 20' 3''$ ; für  $n$  (Ind. I): $o$  (Ind. IV)  $= 112^\circ 17' 12''$ . Dieser letztere Winkel wurde gemessen  $112^\circ 13'$ ,  $112^\circ 22'$  (zwei Bilder). — Der in Fig. 21 dargestellte, fast  $10^{mm}$  gr. Kr. ist theilweise von schlackiger Lava umhüllt, ja, einige seiner Flächen, welche mit der Lava in unmittelbarer Berührung, sind an- und abgeschmolzen. Auf andern, noch glatten und glänzenden Flächen erheben sich kleine Schmelztröpfchen, offenbar den Beginn der Schmelzung auch dort an-

deutend. Ganz ähnliche Erscheinungen beobachtet man zuweilen an den Laacher Sanidinen.

**Viertes Zwillingsgesetz.** Drehungsaxe ist die im Brachypinakoid  $M$  liegende Normale zur Verticalen. Verbindungsebene ist  $M$ . Zwillingsebene eine nicht krystallonomische Fläche. Wie bei dem vorigen Gesetze, so kann es auch hier zwei Modificationen geben. Die erste entsteht, wenn die Individuen sich mit dem rechten  $M$  (die Krystalle in der normalen Stellung gedacht) verbinden, die zweite, wenn es mit dem linken  $M'$  geschieht. Das zufolge dieses Gesetzes entstehende Zwillingsprisma ist gleich demjenigen des ersten Gesetzes, Fig. 9; d. h. es treffen sich in Kanten  $T:\underline{T}$  und  $l:\underline{l}$ . Bei der ersten Modification liegt, wie man auch den Zwilling stellen mag,  $P$  immer zur Linken,  $x$  zur Rechten; umgekehrt bei der zweiten Modification, welche in Fig. 22 dargestellt ist. Ein Unterschied der in Rede stehenden Zwillinge, von denen nach dem dritten Gesetze liegt auch darin, daß die Enden eines nach Gesetz 4 gebildeten Zwillings gleich sind, während sie bei dem vorigen Gesetze verschieden sind. Es bilden nämlich im vorliegenden Falle an demselben Ende die Flächen  $P$  und  $x$  vorne eine ausspringende, hinten eine einspringende Kante, oder umgekehrt, während bei dem dritten Gesetze an einem Ende zwei ausspringende, am andern zwei einspringende Kanten sich finden. Die Zwillingsskanten  $P:x$  der Fig. 22 sind indeß weit stumpfer als bei Fig. 20. Dort resultirt die Zwillingsskante aus der Summe der Abweichungen der Flächen  $P$  und  $x$  vom rechten Winkel; beim vorliegenden Gesetze indeß aus der Differenz jener Winkel. Die Flächen  $P:x$  bilden hier nämlich den Winkel  $177^{\circ} 27' 51''$ . Leider erlaubte der Originalkr. keine genaue Messungen. — Wie bereits oben angedeutet wurde, läßt sich die vorliegende Verwachsung auch als eine Combination des ersten mit dem dritten Gesetze deuten, so daß wir in diesem Falle nur drei Zwillingbildungen zu unterscheiden hätten. Das linke Individ. der Fig. 22 hat nämlich genau die Stel-

lung des Individuums III der Gruppe Fig. 21, und das rechte Ind. die Stellung des Krystalls I derselben Gruppe. Man kann zwar nicht den Zwilling 22 aus der Verbindungsweise 21 herleiten, wohl aber aus der andern Modification, deren der dargestellte Doppelzwillings fähig ist. Denkt man sich nämlich die Individuen I und II rechts von III und IV, so entspricht die Lage der so getauschten Stücke III und I vollkommen dem in Rede stehenden Zwillinge. Der Originalkrystall zeigt in seiner linken Hälfte noch ein Zwillingseindivuum nach dem ersten Gesetze (Drehungsaxe die Normale in  $M$ ) angefügt, welches allerdings dafür zu sprechen scheint, daß wir die Gruppe als eine Combination des ersten mit dem dritten Gesetze zu betrachten haben. In seiner rechten Hälfte zeigt außerdem unser merkwürdiger Krystall die Verwirklichung des zweiten Gesetzes (mit Drehung um die Makrodiagonale) (s. Fig.); und zwar liegt, da wir die ausspringende Kante  $M:M$  zur Rechten sehen, die zweite Modification desselben vor. Die im rhombischen Schnitte liegende Gränze trennt auf der Hinterseite  $T$  von  $l$ , dann  $g$  von  $u$  und tritt in die gemeinsame Fläche  $y$  ein. Auf der vordern Seite des rhomboëdischen Prisma's verläuft am Originalkrystall die Gränze unregelmäßig. Derselbe war mit dem untern Ende aufgewachsen, so daß die untere Begränzung des um die Makroaxe gedrehten Krystallstücks ideal ergänzt ist. So zeigt die Figur eine Berührung dieses letztern Theils mit der linken Krystallhälfte, welche in der Natur nicht zu beobachten ist. Um das Individuum rechts unten in die Stellung des Individuums zur Linken zu bringen, können wir in zweifacher Weise verfahren: entweder zunächst um die Makrodiagonale drehend, dann um die in  $M$  liegende Normale zur Verticalen, oder dreimal drehend, zunächst um die Makrodiagonale, dann um eine Normale zu  $M$ , endlich um die Verticale. Die zunächst erwähnte Verwachsung Fig. 22 ist die seltenste, es liegt davon nur ein einziger Krystall vor. Man könnte vielleicht gegen die Existenz dieses letz-

ten Zwillingsgesetzes ein theoretisches Bedenken geltend machen: daß nämlich bei demselben weder die Drehungsaxe, noch die Zwillingsebene krystallonomische Werthe seyen. Indefs wird dieses Bedenken schwinden, wenn wir uns erinnern, daß bei dem sogenannten Periklingesetze dasselbe statt hat, indem dort die Drehungsaxe die in der Basis  $P$  liegende Normale zur Brachydiagonalen ist.

Die obigen Bemerkungen werden nun, wie ich hoffe, zu manchen lehrreichen und interessanten Vergleichen mit den Zwillingungsverwachsungen des Albits Veranlassung bieten. Bei aller Aehnlichkeit beider Mineralien, vermöge welcher sie sich, wie in der Mitth. 50 gezeigt wurde, zu isomorphen Mischungen verbinden, haben sie dennoch in ihrer Form und besonders in ihrer Zwillingbildung manches Eigenthümliche. Das erste Gesetz ist beiden gemeinsam, doch kommen nur bei dem Albit Durchkreuzungszwillinge dieses Gesetzes vor (am Roc-Tourné und am Col Bonhomme in Savoyen). Die Verwachsung parallel der Makrodiagonale ist beim Albit bisher nicht nachgewiesen, welcher statt derselben die bekannten Periklinzwillinge bildet, deren Drehungsaxe die in  $P$  liegende Normale zur kurzen Diagonale ist. Das dritte Gesetz kommt bei dem Albit zwar vor, doch wie es scheint, nur in Doppelzwillingen, so daß zwei Zwillinge nach dem ersten Gesetze (Drehungsaxe die Normale in  $M$ ) sich nach dem dritten mit Drehung um die Hauptaxe verbinden. Häufiger findet man Verwachsungen nach dem dritten Gesetze bei den Kalknatron-Feldspathen. Das vierte Gesetz erwähnte ich bereits bei dem Labrador in Drusen der doleritischen Lava vom Hafnefjord.

Die Zwillinge nach dem 1. und 2. Gesetze (die beiden andern sind große Seltenheiten) lassen sich meist, selbst ohne Rücksichtnahme auf einspringende Winkel, sogleich erkennen. Die ersteren, deren Zwillingsebene  $M$ , verrathen sich sogleich durch einen buntfarbigen Reflex (sog. Newton'sche Farben), welcher aus dem Innern des Krystalls hervortritt, wenn man  $M$  spiegeln läßt. Selbst die feinste



Zwillingslamelle, welche das bloße Auge nicht mehr wahrnehmen kann, wird auf diese Weise sogleich sichtbar. Häufig sieht man den farbigen Reflex mitten im Krystall enden, wenn nämlich die Lamelle nur einen Theil des Krystalls durchsetzt. — Die tafelförmigen Zwillinge nach dem zweiten Gesetz haben die Spaltungsrichtung *P* in derselben Ebene liegend, nicht aber *M*. Läßt man diese Fläche des einen oder des andern Individuums spiegeln, so dringt aus dem Krystall ein lebhafter Glanz hervor, der indeß nur von dem einen Individuum ausstrahlt. Eine andere Erscheinung ist meist noch auffallender bei diesen Zwillingen. Es sind zahlreiche Sprünge, welche, wenn man auf die *P*-Flächen blickt, den Zwilling in zwei sich unter  $111^{\circ} 25' 23''$  schneidenden Richtungen durchsetzen. Bei genauerer Wahrnehmung überzeugt man sich, daß jedes der beiden Systeme von Sprüngen nur eines der Individuen durchsetzt und zwar parallel der Fläche *u*. Die Sprünge gehen nur bis zur Zwillingsgrenze, enden dort und werden durch jene andere Richtung parallel *u* ersetzt. An den einfachen Krystallen habe ich diese Risse parallel *u* nicht gleich deutlich wahrgenommen. Die Spaltungsrichtung parallel *u*, welche sich bei den genannten Zwillingen so deutlich offenbart, findet sich in den Lehrbüchern nicht angegeben.

Die vesuvischen Blöcke, welche den Anorthit umschließen, sind wenig mannichfach. Es sind nur zwei Arten zu unterscheiden, deren eine wesentlich aus kohlen-saurem Kalk besteht, während die andere vorzugsweise durch Augit und Glimmer gebildet wird. Die Kalkblöcke führen die Anorthitkrystalle in wohlbegrenzten Drusen, deren Wandungen durch eine glimmerreiche Zone gebildet wird. Es sind dieselben Auswürflinge, welche auch den Mejonit führen. Die aus Augit und Glimmer gemengten Gesteine zeigen den Anorthit in kleinen unregelmäßigen Drusen, oft auch als Bestandtheil des körnigen Gemenges. Die kleinen Hohlräume sind oft mit Anorthit, wie mit durchsichtigem Schmelz bekleidet. Diese Drusen umschließen sehr klare Krystalle, welche nicht selten, wie bereits Hes-



senberg bemerkte, durch die ganze Druse eine parallele Stellung haben. Die Gruppierung der Krystalle ist zuweilen recht eigenthümlich, so daß sie hohle, kastenförmige Gestalten bilden. Begleitende Mineralien sind: Mejonit, Leucit, Haüy, schwarzer Spinell u. a.

### Erklärung der Tafel II (Anorthite).

Figg. 1 bis 8 einfache Krystalle von verschiedener Ausbildung. Fig. 3 zeigt eingelagerte Zwillinglamellen, theils nach dem Gesetze der Makrodiagonale, theils nach demjenigen, bei welchem die Normale in *M* Drehungsaxe.

Fig. 9 Zwilling nach dem ersten Gesetze, Drehungsaxe die Normale in *M*.

Figg. 10 bis 13 Zwillinge nach dem zweiten Gesetze, Drehungsaxe die Makrodiagonale.

Figg. 17 bis 19 polysynthetische Krystalle, deren Individuen nach zwei Gesetzen verbunden sind.

Fig. 20 Zwilling nach dem dritten Gesetze, Drehungsaxe die Verticale.

Fig. 21 polysynthetischer Krystall, dessen Individuen nach drei Gesetzen verbunden sind.

Fig. 22 Zwilling nach dem vierten Gesetze, Drehungsaxe die in *M* liegende Normale zur Verticalen.

Fig. 23 Gerade Projection eines Anorthitkrystalls.

(Schluß folgt.)

### III. Ueber den Einfluß von Steifigkeit, Befestigung und Amplitude auf die Schwingungen von Saiten; von Ferdinand Braun.

#### Einleitung.

Das Problem der schwingenden Saiten wurde zuerst wohl theoretisch zu lösen versucht und zugleich ziemlich ausführlich experimentell behandelt von Sauveur<sup>1)</sup>. Seiner letzten Arbeit folgte im Jahre 1715 eine Lösung von Taylor in seiner berühmten *Methodus incrementorum*. Gestützt auf die aus der Annahme unendlich kleiner Excursionen gefolgerte Bedingung, daß alle Elongationen der verschiedenen Punkte zu allen Zeiten in demselben Verhältnisse bleiben, wie auch die Saite aus der Ruhelage gezogen wurde, kommt er zu einer stets in derselben Periode erfolgenden Bewegung des gespannten Fadens und bestimmt damit die Gestalt und Schwingungsdauer der Saite, angenommen, daß sie als Ganzes schwinde<sup>2)</sup>. Nachdem dann d'Alembert<sup>3)</sup>, wie es scheint, veranlaßt durch Arbeiten von Euler und D. Bernoulli, im Jahre 1747 das Problem mittelst unbestimmter Functionen gelöst hatte, um zu zeigen, daß noch unendlich viele andere Curven als die „*campagne de la Cycloïde allongée*“ der Differentialgleichung genügten, erhoben sich gegen diese Lösung von den beiden angegriffenen Gelehrten Zweifel und Widersprüche. Euler<sup>4)</sup> behauptete, daß dieselbe viel allgemei-

1) Sauveur, *Mém. de l'Acad. de Paris* 1700, 1701, 1703, 1707, 1711.

2) Brook Taylor, *Methodus incrementorum*. 4. Londini 1715. p. 86 ff.: „Quare puncta omnia nervi ad axem simul perveniunt, simul redeunt et vibrationes singulas peragunt in dato tempore periodico, ad instar corporis in Cycloïde oscillantis.“

3) D'Alembert, *Mém. de l'Académie de Berlin* 1747, p. 214, 220. — Spätere Arbeiten *ibid.* 1750, S. 355; 1763, S. 235.

4) Euler, *Mém. de Berlin*, 1748. — *Misc. Taur. T. III*, S. 1, 27 (1762 bis 1765).

ner gelte als d'Alembert es wollte; D. Bernoulli<sup>1)</sup> hingegen schien die Behandlungsweise von d'Alembert sowohl, als die von Euler, zu gewagt und für ein Problem, das sich wesentlich auf die Erfahrung stütze, zu abstract analytisch. Nachdem er in einer durch den Ideenreichtum und die äußerst klare physikalische Auffassung des Problems schwingender Körper ausgezeichneten Arbeit die Grundlage festgesetzt hatte, auf der sich seiner Ansicht nach die Lösung synthetisch aufbauen müsse, behandelt er die Aufgabe unter der Annahme, daß schwere Punkte auf einem gewichtslosen, durch Spannung elastischen Faden vertheilt wären, und kommt dann zu einer unendlichen Sinusreihe. Alle diese Entwicklungen, in denen schon immer mehr und mehr das allgemeine Integral hingestellt wird als eine unendliche Reihe trigonometrischer Functionen, führten stets wieder auf den Zweifel, ob denn in der That eine beliebige Curve, wie dies d'Alembert's Lösung verlangte, durch eine solche Reihe dargestellt werden könne; und diese Schwierigkeit konnte auch durch die Behandlungsweise von Lagrange<sup>2)</sup>, eigentlich dieselbe wie von D. Bernoulli, nicht vollständig gehoben werden, wenn er auch für eine endliche Anzahl von belastenden Punkten die Uebereinstimmung seiner Lösung mit der d'Alembert's zeigte. Diese Frage, durch streng mathematische Behandlung zu prüfen, trat somit so brennend in den Vordergrund, daß man sich fast wundern möchte, wie es noch vierzig Jahre dauern konnte, ehe sie durch Fourier (1807) oder, wenn man will, erst im Jahre 1829 durch Dirichlet ihre endgültige Entscheidung fand.

Daß den so theoretisch gewonnenen Resultaten die Wirklichkeit entspreche, hat Young<sup>3)</sup> durch den experimentellen Nachweis der Knotenpunkte gezeigt. Ohm behauptete allgemein die reale Existenz der Obertöne in der Weise, daß nur diesen einfachen pendelartigen Bewegungen ein

1) D. Bernoulli, *Com. Petrop. III*, 62. — *Mém. de Berl.* 1753, p. 147, 173.

2) Lagrange, *Misc. Taur. III*, 8. 242 und 248.

3) Th. Young, *Works*. 8. London 1845, S. 299.

einfacher Ton entspreche, während mehrere solcher Bewegungen sich zu einem Klange zusammensetzten, ein Satz, welcher von Brandt für Saiten und allgemein von Helmholtz bewiesen wurde. Von diesem Forscher wurde auch das Problem experimentell sowohl wie theoretisch nach den verschiedensten Seiten erweitert<sup>1)</sup>. Die Untersuchungen über die Schwingungsform gestrichener Saiten, hat neuerdings Clem. Neumann<sup>2)</sup> theils mit der graphischen, theils mit optischen Methoden weiter durchgeführt.

Während bei den bisher besprochenen Fragen keine Rücksicht auf die Dicke der Saite genommen und die von der Gestaltsänderung beim Zupfen herrührende elastische Kraft für die Transversalbewegung vernachlässigt ist, gestaltet sich die Aufgabe anders, wenn dieser Einfluss, die sog. Steifigkeit, in Rechnung gezogen wird. Hier hat zuerst D. Bernoulli<sup>3)</sup> die Schwingungen von Stäben untersucht, Euler<sup>4)</sup> weitere Fälle hinzugefügt und sind dieselben dann noch vielfach Gegenstand von Untersuchungen gewesen, so von Poisson, Cauchy, Savart, Duhamel, Ricatti, Strehlke usw., welcher letztere auch die Lage der Schwingungsknoten experimentell bestätigte<sup>5)</sup>. Allgemein, namentlich mit Rücksicht auf die Aenderung der Tonhöhe durch die Steifigkeit hat Aug. Seebeck<sup>6)</sup> die Transversalschwingungen behandelt und die darauf bezüglichen Formeln experimentell geprüft. In neuerer Zeit endlich hat Kirchhoff<sup>7)</sup> die Theorie der Transversalschwin-

1) Helmholtz, die Lehre von den Tonempfindungen. 8. Braunschweig 1870.

2) Clem. Neumann, Beobachtungen über gestrichene Saiten. Sitzungsberichte der Wiener Akademie 1870.

3) D. Bernoulli, *Com. Acad. Petrop. T. XIII.*

4) Euler, *Acta Acad. Petr.* 1779.

5) Strehlke, *Pogg. Ann.* XXVII, 1833.

6) Aug. Seebeck, Querschwingungen elastischer Stäbe. Abhandlungen der Königl. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften. Leipzig 1849.

7) Kirchhoff, Ueber das Gleichgewicht und die Bewegung eines unendlich dünnen Stabes. *Crelles Journal für Mathematik* Bd. 56. Vgl. Clebsch, Theorie der Elasticität. S. Leipzig 1862, S. 190 ff.

gungen von dünnen Stäben behandelt als den Specialfall des de Saint-Venant'schen Problems, wo zwei Dimensionen des elastischen Cylinders unendlich klein werden, und namentlich auch die dann nicht mehr zulässige Voraussetzung, daß die Verschiebungen unendlich klein seyen gegen die Dimensionen des Körpers, fallen lassen.

### §. 1.

Analogie der Saitenschwingungen mit elliptisch polarisirtem Licht.

Auf sog. nicht steifen Saiten, also auf Fäden, deren Theilchen nur durch Spannung in die Ruhelage zurückgezogen werden, denen aber keine eigene Elasticität zukommt, pflanzen sich alle Töne mit gleicher Geschwindigkeit fort, ähnlich wie verschiedenfarbiges Licht durch den luftleeren Raum. In einem Medium hingegen, dessen eigene Elasticität nicht mehr vernachlässigt werden kann, läßt sich eine Aenderung dieses Verhaltens, eine der Dispersion in der Optik entsprechende Erscheinung erwarten. Die vorstehende Arbeit wurde in der Absicht unternommen, dies zunächst für gespannte steife Saiten zu untersuchen, zugleich aber auch den Einfluß zu studiren, welchen einerseits die Amplitude, andererseits die Reflexion auf solche Transversalwellen ausübt.

Die Analogie dieser Schwingungen mit den Aetherschwingungen eines Lichtstrahles machte eine nähere Untersuchung, zumal der letzten Frage, um so wünschenswerther, als bei optischen Untersuchungen ähnlicher Art, wegen der außerordentlichen Kleinheit der Lichtwellen und der Amplituden der schwingenden Aethertheilchen, experimentelle Schwierigkeiten einen nähern Einblick in den Vorgang der Reflexion und Absorption verhindern. Auf dem verwandten Gebiete der Akustik darf man hoffen, diese Schwierigkeiten eher überwinden zu können.

Die zu den Versuchen benutzten Saiten waren mit ihren Enden in verschiedenen, nahezu durch ebene Flächen begränzten Substanzen befestigt, die im Folgenden mit dem Namen *Stegfläche* bezeichnet werden sollen. Je nach

dem Winkel  $J$ , welchen die ruhende Saite mit der Normale der Stegfläche einschließt, wird man wie bei einem Lichtstrahl von einem *Einfallswinkel*  $J$  sprechen können; die *Einfallebene* wäre dann die durch die ruhende Saite und die Normale der Stegfläche gelegte Ebene. Finden die Schwingungen der Saite nur in einer Ebene statt, so ist diese *Schwingungsebene* im *Azimuth*  $\alpha$  gegen die Einfallebene geneigt, die Schwingungsbahnen eines Theilchens der Saite sind dann grade Linien.

Im Allgemeinen werden aber, dem elliptisch polarisirten Licht entsprechend, die Theilchen der Saite Curven in einer Ebene senkrecht zur ruhenden Saite beschreiben, welche Curven dadurch eine viel complicirtere Form als als eine Ellipse haben, daß bei gezupften Saiten nicht bloß ein einfacher Ton von bestimmter Schwingungszahl (*einer* Farbe entsprechend), sondern stets mehrere Töne verschiedener Schwingungszahl und Wellenlänge vorhanden sind.

Eine Saite hat stets das Bestreben, in einer von zwei auf einander senkrechten Ebenen zu schwingen, die im Folgenden *Hauptschwingungsebenen* heißen sollen. Zupft man eine Saite in einer Hauptschwingungsebene, so schwingt sie im Allgemeinen in derselben aus; zupft man sie in einer anderen Ebene, so ist die Schwingungsbahn eines Saitentheilchens eine ziemlich complicirte ebene Curve, deren Gestalt im großen Ganzen sich periodisch ändert und ebenso wie die Periode der Aenderung von dem Azimuth der ursprünglichen Zupfrichtung, Amplitude und Lage des Saitentheilchens, Spannung der Saite, Einfallswinkel und Beschaffenheit des Steges abhängt.

Nennt man die Verschiebung eines Saitentheilchens parallel den beiden Hauptschwingungsebenen  $\xi_*$  und  $\eta_*$ , soweit sie von dem  $m$ -ten Partialton der Saite herrührt,  $a_*$  und  $b_*$  die Amplitude,  $x_*$  und  $y_*$  die entsprechende Phasenänderung, welche bei einmaliger Reflexion an der Stegfläche auftritt, so ist (wie bei dem elliptisch polarisirten

Lichte) nach  $q$  Reflexionen die Schwingungsbahn des Saitentheilechens durch die Gleichung gegeben:

$$\left(\frac{\xi_a}{a_m}\right)^2 + \left(\frac{\eta_a}{b_m}\right)^2 - 2 \frac{\xi_a \eta_a}{a_m b_m} \cos q (x_a - y_a) = \sin^2 q (x_a - y_a).$$

Die Gestalt der dem  $m$ -ten Partialton entsprechenden Bahnellipse ändert sich mit jeder Reflexion; da die Phasenänderung für die Partialtöne verschiedener Höhe verschieden seyn kann und in der That verschieden ist, wie ich später zeigen werde, so übersieht man sofort, wie die über einander gelagerten Bahnellipsen der verschiedenen Partialtöne je nach ihrer Gestalt sehr verschiedene Schwingungscurven erzeugen müssen, deren Gestalt, wenigstens für zwei Töne zusammen, sich periodisch ändern muß.

Schon Th. Young hat diese Schwingungscurven bei Saiten mit gewöhnlichen Stegen, wie sie Violinen oder Klaviere haben, beobachtet und beschrieben.

## §. 2.

### Theorie gezupfter Metallsaiten.

Denkt man sich durch einen geraden, dünnen und einer Längsspannung unterworfenen elastischen Stab von beliebiger Länge ein Coordinatensystem der  $xyz$  so gelegt, daß die  $z$ -Axe mit der Axe des Stabes zusammenfällt, die  $x$ - und  $y$ -Axe mit den beiden Hauptträgheitsaxen des Querschnitts, bezeichnet ferner mit  $u$  die parallel der  $x$ -Axe gerichteten Elongationen, so ergibt sich für kleine Verschiebungen die Differentialgleichung <sup>1)</sup> der Bewegung:

$$(1) \quad E q \lambda^2 \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = M \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{G}{g} q \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{G}{g} \lambda^2 q \frac{\partial^2 u}{\partial z^2 \partial t^2}.$$

Darin bezeichnet

$E$  den Elasticitätsmodul ( $\frac{1}{E}$  die Verlängerung der Längeneinheit für das auf die Querschnittseinheit bezogene spannende Gewicht = 1),

1) Vgl. Clebsch, Theorie der Elasticität, S. 246. — Eine etwas andere Gleichung, welche jedoch wesentlich zu denselben Resultaten führt, ist von Seebeck 1. c. aufgestellt worden.



- $q$  den überall als gleich groß vorausgesetzten Querschnitt,  
 $\lambda$  den Trägheitsradius des Querschnitts in Bezug auf die zur Biegungsebene senkrechte  $y$ -Axe,  
 $M$  das spannende Gewicht,  
 $G$  das Gewicht der Volumeinheit,  
 $g$  die Beschleunigung der Schwere.

Zur vollständigen Lösung des Problems muß man sich ein begränztes Stück des Stabes vorstellen und für die Enden desselben natürlich noch besondere Bedingungen festsetzen. Am einfachsten gestaltet sich die Aufgabe, wenn man annimmt, daß die Enden der Saite ihrer Richtung nach nicht bestimmt sind, wie dies z. B. der Fall ist für eine Saite, welche senkrecht zu einer Axe in der Art befestigt ist, daß sie sich um dieselbe drehen kann. Auch die mittleren schwingenden Unterabtheilungen einer sonstwie befestigten Saite befinden sich in derselben Lage. Man bekommt dann die Bedingungen

$$\left. \begin{aligned} u &= 0 \\ \frac{d^2 u}{dz^2} &= 0 \end{aligned} \right\} z = 0, z = l.$$

Die Theorie ergiebt, daß die Knotenpunkte des  $m$ -ten Partialtons die Saite in  $m$  gleiche Stücke theilen und während der Bewegung ihre Lage nicht verändern.

Die Schwingungszahl des  $m$ -ten Tones wird:

$$(2) \quad N_m = \frac{m}{2lb} \sqrt{\frac{2a^2 l^2 + m^2 \pi^2}{l^2 + m^2 \lambda^2 \pi^2}}$$

wo

$$a^2 = \frac{M}{2Eg\lambda^2}, \quad b^2 = \frac{G}{Eg\lambda^2}.$$

Die Amplitude des  $m$ -ten Tones wird, wenn man die Gestalt der aus der Ruhelage gezogenen Saite als ein Dreieck annimmt, ebenso wie bei nicht steifen Saiten:

$$(3) \quad B_m = \frac{2u_0 l_z}{m^2 \pi^2 z_0 (l - z_0)} \sin \frac{m z_0 \pi}{l},$$

wo  $u_0$  die der Zupfstelle  $z_0$  entsprechende Maximalamplitude bedeutet.



Obschon den hier gestellten Gränzbedingungen in den folgenden Versuchen nicht in aller Strenge genügt ist, sondern vielmehr die Enden eingelöthet und so in Folge der Steifigkeit ihrer Richtung nach bestimmt sind, so lege ich doch meinen weiteren Betrachtungen die angegebenen Relationen zu Grunde. Ich habe mich nämlich für meine langen und nicht sehr dicken Saiten experimentell überzeugt (vgl. §. 6), daß die Knotenpunkte bis zum 7. Tone, dem höchsten, den ich benutzte, die Lage hatten, welche die obige Theorie verlangt. Andererseits folgt zwar aus theoretischen Betrachtungen, daß die Schwingungszahlen der Partialtöne für eine an den Enden eingelöthete Saite etwas anders sind, als für eine um eine Axe bewegliche, aber die numerische Rechnung zeigte, daß für die benutzten Dimensionen die Differenz der Schwingungszahlen des Grundtons und der Obertöne, auf welche allein es im Folgenden ankommt, in beiden Fällen fast genau dieselbe blieb.

### §. 3.

Denkt man sich auf derselben unendlich langen gespannten Metallsaite zwei Stücke von den Längen  $l$  und  $l'$  durch Stege abgegränzt, aus der Ruhelage gezogen, losgelassen und dann die Stege entfernt, so laufen zwei Bewegungen mit den Wellenlängen  $2l$  und  $2l'$  über die Saite hin.

Sind ihre durch (2) gegebenen Schwingungszahlen  $N$  und  $N'$ , so wird ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $V$  und  $V'$  bzw.:

$$(4) \quad V = 2l \cdot N = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{2a^2 l'^2 + \pi^2}{l'^2 + \lambda^2 \pi^2}}$$

$$V' = 2l' \cdot N' = \frac{1}{b} \sqrt{\frac{2a^2 l'^2 + \pi^2}{l'^2 + \lambda^2 \pi^2}}.$$

Vernachlässigt man das im Allgemeinen gegen  $l^2$  sehr kleine Glied  $\lambda^2 \pi^2$ , so ist das Verhältniß:

$$\frac{V'}{V} = \frac{\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{2a^2 l'^2}}}{\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{2a^2 l^2}}}$$

Daraus folgt: Verschieden hohe Töne pflanzen sich auf der gespannten steifen Saite mit verschiedener Geschwindigkeit fort, und entfernt sich das Verhältniß ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeiten um so mehr von der Einheit, je größer der Unterschied ihrer Wellenlängen, d. h. ihrer Tonhöhen ist.

Diese Beziehung bleibt nach dem Obigen auch bestehen, wenn die beiden Töne sich im Verhältniß von Grundton und Oberton befinden. Ich habe deshalb, statt mit zwei von einander unabhängigen Tönen, stets mit Partialtönen derselben Klangmasse experimentirt.

#### §. 4.

Wenn also über eine unendlich lange Saite zwei verschieden hohe Töne fortlaufen, so wird sich die Gestalt dieser Erhebung auf der Saite beständig ändern, indem die Welle des höheren Tones mehr und mehr derjenigen des tieferen voraneilt.

Statt die Wellen über eine unendlich lange Saite zu schicken, kann man sie auch durch Reflexion an den Knotenpunkten in stehende verwandeln und das, was vorher die unendliche Länge der Saite leistete, daß nämlich die verschiedenen Zeiten entsprechende Lage eines Saitentheilchens an verschiedenen Stellen sich befand und so dem Auge unterscheidbar wurde, dadurch ersetzen, daß man die Schwingungen eines stets an derselben Stelle liegenden Punktes auf eine mit constanter Geschwindigkeit vorbeibewegte Platte sich aufschreiben läßt. In der so entstandenen Curve hat man ein Bild, wie es die erste Welle, welche über eine unendlich lange Saite wegläuft, dem Beobachter darbieten müßte, wenn von dem Erschütterungspunkte fortwährend neue Wellen in derselben Periode nachgesendet werden und man die der Hauptbewegung voraneilenden kleinen Kräuselungen unbeachtet läßt.

Zu Anfang der Bewegung, wo die beiden Töne gleichzeitig ihre Maximalamplitude haben und während der ersten Schwingung des Grundtons noch wesentlich in der-

selben Phase sich befinden, muß Wellenberg und Wellenthal symmetrisch werden. Aber diese Symmetrie löst sich mehr und mehr in Unsymmetrie auf und kann erst wieder hergestellt werden nach einer bestimmten Anzahl Schwingungen, wenn sich der höhere Ton um eine seiner Wellenlängen gegen den Grundton verschoben hat. Von da ab werden sich genau dieselben Schwingungsformen wiederholen, und ich nenne deshalb die Anzahl Schwingungen, welche der Grundton vollführt, bis eine beliebig herausgegriffene Schwingungsform wiederkehrt, kurz die *Wiederholungsperiode* des betreffenden  $m$ -ten Obertones. Ich werde dieselbe im Folgenden, wo ich die von Saiten geschriebenen Curven betrachte, mit  $A_m$  (Anzahl Schwingungen oder Hügel des Grundtons) bezeichnen. Mit Rücksicht auf die in (4) gegebenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten findet man:

$$(5) \quad A_m = \frac{N_1}{m \left( \frac{N_m}{m} - N_1 \right)}.$$

### §. 5.

Wie ich später zeigen werde, macht sich für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Töne außer der Eigenelastizität des Saitenmaterials auch die Art und Weise der Befestigung geltend. Es tritt durch diese eine Phasenänderung der Schwingungen ein.

Desgleichen steht zu erwarten, daß ähnlich wie dies Regnault für den Schall in Luft und J. J. Müller für das Licht gezeigt haben, auch die Geschwindigkeit von Transversalwellen auf Saiten von der Amplitude abhängig ist.

Durch beide Einflüsse muß sich die Wiederholungsperiode des  $m$ -ten Obertones ändern. Ich stelle die Hypothese unter, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $V$  sich ändert proportional dem Quadrate der Amplitude des betreffenden Tones. Da diese nicht direct zu beobachten ist, so bleibt nur übrig, die durch größere Amplituden geänderte Geschwindigkeit  $V'$  anzunehmen in der Form:

$$V'_m = V_m (1 + \bar{c}_m u^2),$$

wo  $c_*$  eine Constante,  $u$  die Gesamtamplitude an der Beobachtungsstelle bedeutet, eine Formel, die wegen der verschiedenen Intensität der Obertöne bei verschiedenen Zupfstellen, wegen der verschieden raschen Dämpfung der verschiedenen Töne u. s. w. natürlich nur ein sehr angenäherter Ausdruck der obigen Hypothese seyn kann.

Da ein Unterschied in der Phase stets durch einen Unterschied im Wege ersetzt werden kann, so führe ich gleich diesen ein und nehme an, es entspreche der bei jeder Reflexion auftretenden Phasenänderung des  $m$ -ten Tones ein Weg  $\delta_*$ . Die durch Phasenänderung modificirte Wiederholungsperiode  $P_*$  des  $m$ -ten Tones wird:

$$P_* = \frac{A_* \lambda_*}{\lambda_* + m A_* \delta_*},$$

wo  $\lambda_*$  die Wellenlänge auf der Saite bedeutet, oder wenn man  $\frac{\delta_*}{\lambda_*} = \delta_*$  setzt:

$$(5) \quad P_* = \frac{A_*}{1 + m A_* \delta_*}$$

und daraus

$$(6) \quad \delta_* = \frac{1}{m} \cdot \frac{A_* - P_*}{A_* P_*}.$$

Um die Anomalie in Winkelgraden zu erhalten, ist  $\delta_*$  noch mit  $2\pi$  zu multipliciren.

Die Zeit  $\vartheta_*$ , während welcher sich der  $m$ -te Ton um  $\lambda_*$  verschiebt gegen den Grundton, nur in Folge der Steifigkeit und Amplitude, abgesehen von Phasenänderung durch Reflexion, wird:

$$\vartheta_* = \frac{\lambda_*}{(V_* - V_1)(1 + c_* u^2)} = \frac{1}{m \left( \frac{N_*}{m} - N_1 \right) (1 + c_* u^2)}$$

in welcher Formel abgekürzt gesetzt ist

$$c_* = \frac{\bar{c}_* V_* - \bar{c}_1 V_1}{V_* - V_1}$$

und die entsprechende Anzahl Schwingungen  $A'_*$  des Grundtons

$$A'_n = \frac{N_1}{m \left( \frac{N_n}{m} - N_1 \right)} \cdot \frac{1}{1 + c_n u^2} = \frac{A_n}{1 + c_n u^2}.$$

Führt man dieses  $A'_n$  in (6) ein, so kann man aus den zwei verschiedenen mittleren Amplituden  $u_1$  und  $u_2$  entsprechenden Wiederholungsperioden  $P_1$  und  $P_2$  die Constanten  $c_n$  und  $\delta_n$  berechnen. Die Elimination liefert:

$$(7a) \quad c_n = A_n \cdot \frac{P_2 - P_1}{P_1 P_2} \cdot \frac{1}{u_1^2 - u_2^2},$$

$$(7b) \quad \delta_n = - \frac{(P - A_n) + P c_n u^2}{m A_n P}.$$

Für  $P$  ergibt sich wieder umgekehrt.

$$(7c) \quad P = \frac{A_n}{1 + c_n u^2 - m \delta_n A_n}.$$

## §. 6.

### Beobachtungsmethode.

Zur Prüfung der vorstehenden Betrachtungen wurde ein Apparat benutzt, welcher im Wesentlichen aus einer Saite und einem beruften rotirenden Cylinder bestand. An einem viereckigen Holzständer (Fig. 1, Taf. III) konnten auf jeder Saite zwei Holzklötze  $A$  und  $B$  befestigt werden. In diesen saßen Messingschrauben, deren Gewinde 22<sup>mm</sup> lang und 5<sup>mm</sup> dick und an deren herausragende Enden die nahezu quadratischen Stegflächen von 10<sup>mm</sup> Seitenlänge und 4<sup>mm</sup> Dicke angefeilt waren. Die Saiten wurden in möglichst eng anschließende Bohrlöcher eingelöthet, welche unter verschiedenen Winkeln gegen die Ebene der Stegfläche geneigt waren. Von den Holzklötzen konnte  $A$  mittels zweier Schrauben an dem Ständer befestigt werden;  $B$  hatte einen länglichen, der Axe des Ständers parallelen Schlitz. An einer über  $B$  gelegten Querstange wurden die spannenden Gewichte angebracht, dann die Schraube  $c$  angezogen und so  $B$  befestigt, die spannenden Gewichte übrigens während der ganzen Dauer des Versuchs daran

gelassen. — Die Länge der Saite zwischen den beiden Stegflächen betrug 1600<sup>mm</sup>.

Da die Stegfläche senkrecht gegen die nächste Seitenebene des Monochordständers stand, so war die Einfallsebene stets dieser nächsten Begränzungsfläche parallel. Ich habe dann gefunden, daß die Saite entweder gar keine Ebene linearer Schwingung besitzt oder daß die Einfallsebene und die senkrecht zu dieser durch die ruhende Saite gelegte Ebene ihre Hauptschwingungsebenen repräsentiren.

Mittels eines Federchens von einigen Millimetern Länge aus dem Barte einer Schwanenfeder, welches senkrecht gegen die Einfallsebene befestigt war, schrieb die Saite bei ihrer Bewegung in dieser Ebene ihre Schwingungen auf einen mit berufstem Papier überzogenen Cylinder von 250<sup>mm</sup> Länge und 550<sup>mm</sup> Peripherie. Derselbe drehte sich in Schraubengängen von ca. 15<sup>mm</sup> Höhe mit annähernd constanter Geschwindigkeit um seine horizontale, der Einfallsebene parallele Axe. Das Papier wurde, nachdem die Feder ihre Curven geschrieben hatte, an der einen Seite, parallel der Cylinderaxe durchgeschnitten und der Rufs fixirt, indem man den Bogen durch eine sehr schwache alkoholische Lösung von Schellack hindurchzog.

Die Masse des Federchens, welches mit einer Spur Kitt an der Saite befestigt war, hatte keinen merklichen Einfluß auf die Schwingungsform derselben, da Variationen — soweit solche für die Versuche in Betracht kommen konnten — in der Länge des Federchens und der Menge des zur Befestigung angewandten Kitts dieselben Resultate ergaben, und um so weniger Einfluß, als dasselbe stets auf einem Knotenpunkte (gewöhnlich dem des dritten Tones) sich befand. Ebenso konnte ich, als ich unter zwei benachbarte Knotenpunkte, der Reihe nach des 3., 4., 5. und 6. Tones scharf zulaufende Stege unterlegte, keine Aenderung der Klangfarbe und der Dauer des Ausschwingens beobachten, wenn ich eine der schwingenden Abtheilungen mit einem Kitttröpfchen und einem Federchen be-

lastete. — Auf dieselbe Weise untersuchte ich die Lage der Knotenpunkte (vgl. §. 2).

Es war mit der beschriebenen Methode möglich, die Schwingungsform bis zu 500 und 600 Einzelschwingungen des Grundtons zu verfolgen.

Auf den fixirten Curven wurden die Hügel von je 10 zu 10 numerirt und dann aufgesucht, von wo ab sich die Form der Hügel im großen Ganzen wiederholte.

Eine vollständig genaue Wiederholung der Hügelgestalten ist nämlich nicht möglich, da einerseits sehr viele unharmonische Partialtöne gleichzeitig über die Saite laufen, von welchen jeder seine besondere Wiederholungsperiode hat, die in nicht rationalem Verhältniß zu einander stehen, und andererseits die für die verschiedenen Töne verschiedene Absorption gleichfalls die Schwingungsform ändern muß. Sobald man aber bewirkt, daß eine Reihe der tieferen (intensiveren) Partialtöne nicht mitschreibt, so wird *ein* Oberton besonders stark hervortreten und hauptsächlich den Charakter der Schwingungsform bestimmen. Auf diesen bezieht sich dann die beobachtete Wiederholungsperiode. — Bei Zupfen auf höheren Stellen kommt es aber auch vor, daß zwei Obertöne fast gleich stark schreibend auftreten. Dann werden sich zwei in einander greifende Wiederholungsperioden bilden. Da aber meistens der eine Ton rascher gedämpft wird, so tritt wieder der frühere Fall ein. Einem Irrthum kann man indeß sicher nur dadurch entgehen, daß man nicht bloß *zwei* gleiche (*correspondirende*) Formen herausgreift, sondern zusieht, ob sich von da ab immerfort die früheren Hügelformen wiederholen. Durch diese Ausdehnung bekommt die Methode eine sehr bedeutende Sicherheit.

Die Stelle, auf welcher gezupft wurde, nenne ich im Folgenden kurz die Zupfstelle, diejenige, auf welcher die Schreibfeder saß, die Schreibstelle, und werde dieselben oft mit *Z* und *Sch*, ausgedrückt in Theilen der Saitenlänge, bezeichnen.



## §. 7.

## Allgemeine Resultate.

Die Curven ergeben folgende allgemeine Resultate:

1) Die erste Schwingung entspricht fast der von der Theorie für nicht steife Saiten geforderten Form (Fig. 2, Taf. III). Es haben also noch in der ganzen Länge der Saite die verschiedenen Töne zu derselben Zeit ihre größte Elongation, Berg und Thal der Schwingungsform sind symmetrisch und die Curve ist eine gebrochene Linie. Zugleich liegt darin ein Beweis, daß insoweit dieselbe aus geraden Linien besteht, auch in demselben Maasse die Intensität der Obertöne mit der nach der Theorie für nicht steife Saiten berechneten Stärke übereinkommt. Die geringen Kräuselungen auf den Linien scheinen aber dafür zu sprechen, daß die dieser Berechnung zu Grunde gelegte Hypothese nicht vollkommen den Erscheinungen genügt.

2) Die Gestalt der Curve ändert sich continuirlich mit der Zeit; Linien, welche vorher horizontal waren, steigen schief in die Höhe, es treten einzelne Zacken stärker hervor, diese bleiben auch nicht auf derselben Stelle stehen usw. Doch tritt nach Ablauf einer gewissen Zeit (100 bis 200 Schwingungen) eine ungefähre Wiederholung der Hügel ein. Die Fig. 2, Taf. III giebt in natürlicher Gröfse Stücke, welche aus einer Curve an verschiedenen Stellen herausgeschnitten sind. Die mit gleichen Buchstaben versehenen sind correspondirende Hügel, dazwischen befinden sich Maxima der Verschiedenheit. Den Hügeln sind die Nummern beigefügt, welche ihnen in der zusammenhängenden Curve zukommen.

3) Die Gestalt der Curven und die Art und Weise ihrer Aenderung hängt ab sowohl von der Zupf- wie von der Schreibstelle.

4) Die Wiederholungsperiode ist um so kleiner, je höher der Oberton ist, von welchem die hauptsächlichste Formveränderung herrührt.



5) Die Wiederholungsperiode ändert sich außerdem für denselben Ton mit der Amplitude; sie wird größer, sobald die Amplitude abnimmt und umgekehrt.

Die Art und Weise, wie man feststellen kann, dem wievielten Tone eine beobachtete Wiederholungsperiode zukommt, ergibt sich sofort, wenn man bedenkt, daß die Töne, auf deren Knotenpunkt die Feder sitzt, ohne Einfluß auf die geschriebenen Curven sind und daß ferner durch die Wahl der Zupfstelle eine bestimmte Anzahl Partialtöne ganz aus der Klangmasse entfernt werden können. Indem man so eine Reihe von Curven herstellt, in denen abwechselnd bestimmte intensivere Obertöne fehlen, muß die allen diesen gemeinsame Wiederholungsperiode auch dem ihnen gemeinsamen Obertone zukommen.

### §. 8.

Statt qualitativ die aufgestellten Sätze durch Beobachtungsreihen zu bestätigen, gehe ich zu einer Vergleichung der beobachteten und der (nach den in §. 5 aufgestellten Formeln) berechneten Wiederholungsperiode über. Für die folgenden Tabellen wurde  $c_n$  und  $\delta_n$  aus zwei Beobachtungen von  $P_n$  und den zugehörigen Amplituden zu Anfang und zu Ende (bzw.  $u_0$  und  $u_1$ ) bestimmt und die so gewonnenen Werthe wieder rückwärts (Columnne 1) zur Berechnung von  $P_n$  bei gegebenen Amplituden benutzt. Columnne 2 giebt die für diese Amplituden beobachteten  $P$ . Das in Klammern angegebene  $A$  ist die nach der Theorie ohne Rücksicht auf Phasenänderung und Amplituden-Einfluß berechnete Wiederholungsperiode des betreffenden Tones.

Constanten der Saite.

$$l = 1600^{\text{mm}}; \quad r = 0^{\text{mm}},3343.$$

$$M = 6,970\,000^{\text{mgr}}; \quad E = 19\,679 \text{ Mill. Mgr.}$$

$$J = 45^{\circ}.$$

Vierter Partialton ( $A_4 = 194,4$ ).

Tab. I.

Berechnet aus:  $P_1 = 197; u_0 = 10,0; u_1 = 3,2$  }  $Sc h = \frac{l}{3}, Z = \frac{l}{8}.$   
 $P_2 = 253; u_0 = 6,0; u_1 = 2,0$   
 $c_4 = 0,006\ 230.$   
 $\delta_4 = 0,000\ 462.$

Schreib- stelle.	Zupf- stelle.	Doppel-Amplitude		Wiederholungs- Periode		Diff.
		Anfang.	Ende.	beob.	ber.	
$\frac{l}{3}$	$\frac{l}{8}$	9 <sup>mm</sup> ,7	3 <sup>mm</sup> ,1	200	202	+ 2
"	"	7,3	2,4	225	233	+ 8
"	"	6,3	2,1	250	249	- 1

Fünfter Partialton ( $A_5 = 122,6$ ).

Tab. II.

Berechnet aus  $P_1 = 120; u_0 = 12,0; u_1 = 6,2$ . —  $Sc h = \frac{l}{3}; Z = \frac{l}{3}.$   
 $P_2 = 215; u_0 = 4,0; u_1 = 1,2$ . —  $Sc h = \frac{l}{3}; Z = \frac{l}{2}.$   
 $c_5 = 0,005\ 615.$   
 $\delta_5 = 0,000\ 792.$

Schreib- stelle.	Zupf- stelle.	Doppel-Amplitude		Wiederholungs- Periode		Diff.
		Anfang.	Ende.	beob.	ber.	
$\frac{l}{3}$	$\frac{l}{2}$	11 <sup>mm</sup> ,6	7 <sup>mm</sup> ,5	112	117,3	+ 5,3
"	"	8,1	4,1	165	171,8	+ 6,8
"	$\frac{l}{3}$	15,0	10,1	80	86,1	+ 6,1
"	"	12,1	6,1	120	120,8	+ 0,8

Siebenter Partialton ( $A_7 = 51,6$ ).

Tab. III.

Berechnet aus:  $P_1 = 57,7$ ;  $u_0 = 21,0$ ;  $u_1 = 14,0$ . —  $Sc h = \frac{l}{3}$ ;  $Z = \frac{l}{3}$ .

$P_1 = 112,0$ ;  $u_0 = 3,8$ ;  $u_1 = 1,7$ . —  $Sc h = \frac{l}{2}$ ;  $Z = \frac{l}{2}$ .

$c_7 = 0,001\ 420$ .

$\delta_7 = 0,001\ 528$ .

Schreib- stelle.	Zupf- stelle.	Doppel-Amplitude		Wiederholungs- Periode		Diff.
		Anfang.	Ende.	beob.	ber.	
$\frac{l}{2}$	$\frac{l}{2}$	5 <sup>mm</sup> ,5	3 <sup>mm</sup> ,3	90	108	+ 18
"	"	5,7	2,8	100	99,2	— 0,8
"	"	5,0	2,2	110	110,0	0,0
"	"	6,0	2,7	97	107,0	10,7
"	"	6,8	3,0	94	106,0	12,0
"	"	4,6	2,1	110	110,7	0,7
"	"	4,0	1,8	110	111,7	1,8

Trotzdem, daß die oben aufgestellten Formeln nur ein angenäherter Ausdruck für die wahrscheinlichere Hypothese sind, daß nämlich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit sich ändert mit dem Quadrate der Amplitude des betr. Partialtons, zeigen die Tabellen eine, wie mir scheint, ganz befriedigende Uebereinstimmung. Geht doch die Gültigkeit der Formeln, z. B. bei dem 5. Tone, weit über das zur Berechnung von  $c_5$  und  $\delta_5$  zu Hülfe genommene Intervall hinaus.

Für verschiedene Zupfstellen ergeben sich (in Uebereinstimmung mit unserer Hypothese) etwas verschiedene Werthe von  $c$  und  $\delta$ , aber selbst dann noch bleibt ebenso unzweideutig die Regelmäßigkeit, daß die Constante, welche die Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Amplitude bestimmt, abnimmt für höhere Töne (wie auch zu erwarten war, vgl. §. 5), die Phasenänderung bei der Reflexion hingegen zunimmt.

Der Uebersichtlichkeit halber stelle ich die Zahlen nochmals zusammen.

Tab. IV.

Einfallswinkel =  $45^\circ$ .

Ordnungszahl des Partialtones.	$c_m$ .	Phasenänderung in Theilen der Wellenlänge.
4	0,00623	0,000462
	0,00886	0,000372
5	0,00562	0,000792
	0,00469	0,000696
7	0,00142	0,001528

Es erübrigt noch der experimentelle Nachweis, daß die Obertöne sich in der That rascher (und nicht etwa langsamer) fortpflanzen, wie der Grundton. — Fig. 3a, Taf. III giebt die von der Theorie für nicht steife Saiten geforderte Schwingungsform. Indem man von den Ordinaten dieser gebrochenen Linie die Ordinaten der darunter gezeichneten, dem Grundton entsprechende Sinuscurve  $\alpha\alpha$  subtrahirt, erhält man die eigenthümlich zackige Curve  $\beta\beta$ , welche also die Schwingungsform der sämtlichen übrigen Obertöne vorstellt, wenn der Grundton fehlt. Indem man diese Curve  $\beta\beta$  sich wenig gegen  $\alpha\alpha$  vor- oder rückwärts verschieben läßt und von neuem die Ordinaten addirt, bekommt man verschiedene Schwingungsformen, welche man mit den experimentell gefundenen vergleichen kann. In Fig. 3b, Taf. III ist  $\beta\beta$  um  $\frac{1}{30}$  Wellenlänge des Grundtons gegen  $\alpha\alpha$  im Sinne einer größeren Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Obertöne verschoben, in Fig. 3c um ebensoviel im entgegengesetzten Sinne. Die Schwingungsform Fig. 3b hat unverkennbar denselben Charakter wie ungefähr der 6. und 7. Hügel der Fig. 2a. Es scheint, daß man bei diesen Amplituden die Schwingungsform der Saite noch nach dem sog. Princip der Coëxistenz kleinster Bewegungen construiren könne.

## §. 9.

Die Annahme, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit sich ändere einfach proportional der Amplitude, genügt nicht den Erscheinungen. Mit Zugrundelegung der in Tabelle II benutzten Zahlen folgt aus dieser Hypothese für den 5. Ton:

$$c_s = 0,0742$$

$$\delta_s = 0,0018$$

und daraus rückwärts, z. B.

$$P_s \text{ beobachtet: } 165 ; 80$$

$$\text{berechnet: } 350,4 ; 138,8$$

$$\text{Differenz: } 185,4 ; 58,8.$$

Aehnliche Zahlen ergeben andere Beobachtungen.

## §. 10.

Wie bei den optischen Erscheinungen die Phasenänderung abhängig ist von dem Einfallswinkel, so läßt sich auch ein Aehnliches für die Wellen auf Saiten erwarten. In der That ergeben dies die Versuche.

Eine der vorigen ganz gleiche Saite wurde unter einem Einfallswinkel  $J = 75^\circ$  gegen die Stegfläche befestigt. Bei sonst gleichen Umständen wird die Wiederholungsperiode bedeutend größer, d. h. die Phasenverzögerung nimmt zu. Es ergab sich z. B.:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 435; u_0 = 7,7; u_1 = 1,5 \\ P_2 = 560; u_0 = 5,0; u_1 = 0,5 \end{array} \right\} Sch = \frac{l}{3}; Z = \frac{l}{4}.$$

$$c_s = 0,00338.$$

$$\delta_s = 0,00134.$$

Leider waren meine Bemühungen, auch andere Saiten, bei denen  $J = 60^\circ, 15^\circ$  und  $0^\circ$  war, zu constantem Schwingen in einer Ebene zu bringen, nicht von hinlänglichem Erfolg, so daß ich auf weitere Angaben hierüber einstweilen verzichten muß.

## §. 11.

Nachdem so für die Obertöne eine Phasenänderung bei der Reflexion, sowie ein Einfluß der Amplitude auf die

Fortpflanzungsgeschwindigkeit nachgewiesen ist, handelt es sich darum, dieselbe Frage auch für den Grundton zu untersuchen.

Eine sehr einfache und empfindliche Methode ergibt sich auf Grund der §. 1 angestellten Betrachtungen. Wenn nämlich die Schwingungen parallel zur Einfallsebene eine andere Phasenänderung erleiden, als senkrecht dazu, so müßte ein Punkt der im Azimuth  $\alpha$  gezupften Saite, wenn nur ein Ton auf derselben vorhanden wäre, eine Ellipse beschreiben. Lagern sich aber die den einzelnen Tönen entsprechenden Schwingungsellipsen über einander, so wird dadurch eine sehr complicirte Curve entstehen, welche ich mit *Schwingungsfigur* bezeichne.

Diese Schwingungsfigur wird also abhängen von der Stelle, auf welcher gezupft wird, und für verschiedene Punkte der Saite, d. h. für verschiedene Beobachtungsstellen verschieden ausfallen. Da aber die Hauptbewegung herrührt von dem Grundton, so muß, wenn für diesen Phasenänderung eintritt, die Schwingungsfigur sich ihrem Aussehen im großen Ganzen nach periodisch ändern, diese Periode abhängen von dem Einfallswinkel  $J$  und für alle Punkte derselben Saite und jede beliebige Zupfstelle dieselbe seyn.

Dagegen muß man auch im Einzelnen dieselbe Figur (abgesehen von der verschiedenen Amplitude der Obertöne) erhalten, wenn man die Zupfstelle mit der Beobachtungsstelle vertauscht, da in beiden Fällen die zur Beobachtung kommenden Töne genau dieselben sind.

Wenn außerdem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Grundtons sich ändert mit der Amplitude, so muß die Periode der Schwingungsfigur auch abhängen von der Größe der Excursionen.

Mit diesen Resultaten stimmen vollkommen überein die folgenden, sich aus Beobachtungen ergebenden Sätze. Es ist darin unter Periode der Schwingungsfigur die Zeitdauer zwischen je zwei auf einander folgenden linearen Schwingungen verstanden.

1) Die Schwingungsfigur ändert sich periodisch und hängt ihre Gestalt ab von der Stelle, auf welcher gezupft wird; sie ist verschieden auf verschiedenen Punkten (Beobachtungsstellen) der Saite. Bezeichnet  $Z$  wie früher die Zupfstelle,  $B$  die Stelle, auf welcher beobachtet wurde, so zeigt Fig. 4, Taf. III die auffälligsten Schwingungsfiguren für  $Z = \frac{l}{2} = B$ ,  $J = 75^\circ$ ,  $M = 13$  Kilogr. Die Figuren  $efg$  folgen sich rasch; die angestrichene Stelle von  $i$  ist dieselbe wie in  $h$ , aus  $h$  geht die Figur wieder durch Vierecke, wie  $d$ ,  $c$ ,  $b$ ,  $a$  in eine Gerade über.

Fig. 5, Taf. III stellt einige Schwingungsfiguren, gleichfalls für  $Z = \frac{l}{2} = B$  und geringere Spannung ( $M = 6$  Kilogramm) bei kleinem Einfallswinkel dar.

Wesentlich dieselben Figuren wiederholen sich bei anderen Zupf- und Beobachtungsstellen, so jedoch, daß z. B.  $Z = \frac{l}{3} = B$  statt Vierecke, Dreiecke und dem entsprechenden Uebergänge liefert. Fig. 6 giebt einige dieser Figuren für  $Z = \frac{l}{3} = B$ ,  $J = 75^\circ$ ,  $M = 13$  Kilogr.

2) Die Schwingungsfigur bleibt dieselbe, wenn man die Zupfstelle mit der Beobachtungsstelle vertauscht.

3) Die Periode der Schwingungsfigur ist für dieselbe Saite und dieselben sonstigen Umstände unabhängig von der Zupf- und Beobachtungsstelle.

4) Die Periode nimmt ab mit wachsendem Einfallswinkel.

5) Die Periode nimmt ab mit wachsender Amplitude.

Die beiden letzten Sätze ergeben sich z. B. aus folgender Zusammenstellung:

## Stahlsaite.

Azimuth d. Zupfrichtung:  $\alpha = 45^\circ$ . Spannung = 6,97 Kilogr.

Tab. V.

Einfallswinkel.	Einfache Amplitude		Periode der Schwingungsfigur.
	Anfang	Ende.	
15°	5 <sup>mm</sup>	2 <sup>mm</sup> ,5	29 <sup>Chr. S.</sup>
	10	4	19
	15	7	13,5
45°	5	2	22
	10	5	12
	15	10	7,7
75°	5	4	8,5
	10	7,5	5
	15	11,5	3,5

Dafs die Periode mit wachsender Amplitude abnimmt, stimmt im Allgemeinen mit dem früher gefundenen Resultate, dafs die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zunimmt mit der Amplitude. Wenn aber die Projectionen der Amplitude auf die beiden Hauptschwingungsebenen gleich sind, d. h. wenn die Saite im Azimuth  $45^\circ$  gezupft wird, so dürfte, falls die Geschwindigkeit der Welle in diesen beiden Ebenen für unendlich kleine Amplituden gleich ist, die Periode der Schwingungsfigur nicht abhängen von der Amplitude. Dafs dies dennoch der Fall ist, erklärt sich aus einer verschiedenen Dämpfung der Schwingungen in den beiden Hauptschwingungsebenen. Es ergibt sich diese Eigenthümlichkeit sofort daraus, dafs das Azimuth der linearen Schwingungen allmählich geändert und mehr senkrecht zur Einfallsebene gedreht wird. Die Drehung ist um so stärker, je gröfser der Einfallswinkel ist. Ich habe mich auch durch directe Messung von der verschiedenen Abnahme der Amplituden in beiden Ebenen überzeugt.

Bedenkt man noch, dafs die Dämpfung für gröfsere Amplituden stärker ist als für kleine, wie ich später zeigen werde, so übersieht man (in Uebereinstimmung mit der Beobachtung),



6) daß die Periode in ziemlich complicirter Weise von dem Azimuth der ursprünglichen Zupfrichtung abhängt.

Schließlich sey noch erwähnt, daß die Gestalt und der Verlauf der Schwingungsfigur, ebenso wie ihre Periode bei denselben Amplituden und derselben Zupf- und Beobachtungsstelle ungeändert blieb, als die Füße des Monochordständers auf Kautschuk gestellt wurden, oder der Ständer durch eine 10 Pfund schwere, oben oder auf einen Fuß desselben aufgelegte Eisenplatte belastet oder endlich die Stegflächen durch kräftige Holzklemmen stärker an den Ständer angepreßt wurden. Dagegen kann eine Dämpfung der Schwingungen des viereckigen Monochordständers wesentlich von Einfluß auf die Hauptschwingungsebenen seyn. So schwang eine Saite unter dem Einfallswinkel von  $45^\circ$ , bei einer Spannung von 13 Kilogr. linear in der Einfallsebene; als jedoch eine Holzklemme ungefähr in der Mitte des Ständers angebracht wurde, verlor sie diese Eigenschaft, gleichgültig an welcher Seite des Ständers die Klemme angeschraubt war. Sie ging bei Zupfen in der Einfallsebene aus dieser heraus, kehrte aber fast momentan in dieselbe zurück, sobald die Klemme dämpfend mit der Hand umfaßt wurde. Von schweren Eisenklemmen, welche ich ebenso befestigt, konnte ich keinen Einfluß bemerken. — Auf ausgedehntere Mittheilungen über den Einfluß der mitschwingenden Umgebung gedenke ich bei einer anderen Gelegenheit zurückzukommen.

Stellenweises Abfeilen, Ausglühen oder Tordiren der Saite, sowohl um kleinere Winkel ( $45$  bis  $90^\circ$ ), als auch um ganze Vielfache von  $360^\circ$  änderten die Hauptschwingungsebene nicht.

#### §. 12.

Die Schwingungsfigur läßt auch leicht erkennen (sowohl bei gespannten als nicht gespannten Stäben), daß die Obertöne durch Schlagen stärker auftreten als durch Zupfen; selbst die objective Intensität derselben gestattet sie zu messen.

Auch daß bei Zupfen auf höheren Stellen, wie bekannt, die Obertöne intensiver werden, findet sich direct. Die geschriebenen Curven zeigen es gleichfalls. Dieselben bekommen nämlich durch die hohen Beitäne ein äußerst zackiges, sich rasch änderndes Aussehen. Bei  $Z = \frac{1}{3}$ ,  $Sch = \frac{1}{3}$ ,  $M = 6,97$  Kilogr. und großen Amplituden (einfache Amplitude  $= 10^{mm}$ ) sind deutlich auf einem Hügel 14 Kräuselungen in gleichem Abstände von einander, es tritt also noch der 14. Partialton auf; 5 oder 7 Kräuselungen lassen sich sehr oft beobachten. Doch werden die höheren Töne im Allgemeinen rasch absorbiert, die Curven werden gleichmäßiger, ebenso wie die Schwingungsfigur sich allmählig abrundet.

Bei stärkerer Spannung treten die Obertöne im Allgemeinen schwächer auf oder werden rascher absorbiert. Dagegen ist es eigenthümlich, daß die Octave mit zunehmender Spannung sich immer schärfer und schärfer ausprägt. Bei 13 Kilogr. Spannung geschriebene Curven ( $J = 45^\circ$ ) zeigten sehr deutlich, wie der ursprüngliche Berg des Grundtons im Verlaufe in zwei Hügel sich trennt und schließlich fast ganz in denselben aufgeht.

Abgesehen von dieser verschiedenen Absorption der Obertöne zeigen gespannte Saiten, daß die Dämpfung für größere Amplituden stärker ist als für kleinere.

Tabelle VI.

 $J = 45^\circ$ .

Einfache Amplituden Anfang.	Ende.	Zugehörige Zeit in 0,4 Secd.	Logarithm. Decrement.
--------------------------------	-------	---------------------------------	--------------------------

## Parallel zur Einfallsebene.

10 <sup>mm</sup>	3 <sup>mm</sup>	4,6	0,1136
3	2	3,4	0,0518
2	1	8,7	0,0346

## Senkrecht zur Einfallsebene.

10	3	8,0	0,0654
3	2	3,4	0,0518
2	1	7,3	0,0413

Die logarithmischen Decremente nähern sich also auch hier erst mit abnehmender Amplitude der Constanz, erst kleine Amplituden nehmen, wenigstens für die Beobachtung, in einer geometrischen Reihe ab, erst für diese kann der dämpfende Einfluß proportional der Geschwindigkeit gesetzt werden.

Dasselbe habe ich bei einseitig befestigten, 1 bis 2<sup>mm</sup> dicken Stäbchen gefunden.

### §. 13.

Das Gesetz für die Aenderung der Amplitude an einer bestimmten Stelle der Saite ist übrigens noch complicirter indem auch eine zeitweilige Zunahme stattfinden kann. Blickt man schief gegen die Saite, so erkennt man deutlich ein Anwachsen und dann wieder Abnehmen der Maximalamplitude an der Beobachtungsstelle, als ob eine Welle über dieselbe hinweglief. Es erklärt sich daraus, daß in dem Moment, wo die größte Maximalamplitude des Grundtons an der Beobachtungsstelle auftritt, nahezu die sämtlichen dort zur Geltung kommenden Obertöne gleichzeitig ihre größte Elongation erreichen. Es müßte dieser Moment auf den geschriebenen Curven sich dadurch charakterisiren, daß Berg und Thal symmetrisch sind, natürlich nur in soweit, als die betreffenden Partialtöne, welche sich in derselben Phase der Bewegung befinden, überwiegend sind gegen die übrigen, und auch nur in soweit kann überhaupt, abgesehen von der ersten Schwingung, von einer Symmetrie die Rede seyn. Ist ein Ton besonders vorherrschend, so ist die Zeit zwischen zwei solcher Anschwellungen mit der der Wiederholungsperiode  $P$  des Tones entsprechenden identisch. Dieses Anwachsen der Amplitude trotz der Dämpfung zeigen auch die Curven, am deutlichsten innerhalb der 50 ersten Schwingungen, was mit directen Beobachtungen vollkommen übereinstimmt. In der That liegt an der Stelle der größten Amplitude eine Symmetrie.

Noch auf andere Weise kann man sich von den ge-

wonnenen Resultaten im Allgemeinen überzeugen. Wird die Saite an einer Stelle mit etwas Kreide gefärbt und sieht man senkrecht gegen die Schwingungsebene, so erscheinen die Stellen, welche auf den Curven als mehr oder weniger horizontale Striche auftreten, entsprechend einer geringeren Geschwindigkeit derselben als heller leuchtender Punkte auf dem weissen Felde, welches die schwingende Saite scheinbar beschreibt. Die Anzahl dieser Punkte wächst beim Zupfen auf höheren Stellen; sie wandern durch das ganze Feld hindurch und zwar um so schneller, je grösser die Amplitude ist; ferner verschieben sich dieselben gegen einander, entsprechend einer verschiedenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Töne und einer Phasenänderung bei der Reflexion. Doch ist leicht eine Verwechslung dieser Punkte möglich, zumal wenn der zu beobachtende bis an die Gränze des weissen Feldes gewandert ist, wo er langsamer geht und an dem wegen der geringeren Geschwindigkeit der Saite hellen Rande für das Auge verschwindet, um nach einiger Zeit wieder in umgekehrtem Sinne das Feld zu durchlaufen.

Ebenso läßt sich an der bloßen Saite beobachten, daß die Knotenpunkte sich fortwährend zwischen zwei Gränzlagen auf und ab zu bewegen scheinen. Am besten gelingt es, wenn man die Saite zwischen das Auge und das Fenster stellt. Man findet dann leicht dunkle Punkte, welche sich rasch oscillirend auf der Saite verschieben. Doch ist der Schluß auf ein Wandern der Knotenpunkte selbst nicht gerechtfertigt. Vielmehr *können* dieselben ruhen und nur dadurch, daß die einzelnen Töne, welche keinen Knoten auf der Beobachtungsstelle haben, nicht zu derselben Zeit das Maximum ihrer Excursion erreichen, tritt ein Verschieben des Punktes ein, für welchen die resultirende mittlere Geschwindigkeit kleiner ist als für die benachbarten.

Die hauptsächlichsten Resultate lassen sich kurz also zusammenfassen:

1. Eine schief in Metallklötze befestigte Saite hat ent-

weder gar keine Ebene, in welcher sie ausschwingt (Hauptschwingungsebene), oder zwei senkrecht zu einander stehende, deren eine die Einfallsebene ist.

2. Höhere Töne pflanzen sich auf steifen Saiten mit größerer Geschwindigkeit fort als tiefere.

3. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wächst auf gespannten Metallsaiten mit der Intensität und kann die Aenderung derselben proportional dem Quadrate der Amplitude des betreffenden Tones gesetzt werden. Auf einseitig befestigten Stäben von mehr als 1<sup>mm</sup> Durchmesser ist eine solche Aenderung der Geschwindigkeit nicht nachweisbar.

4. Bei der Reflexion von Transversalwellen auf gespannten Metallsaiten tritt sowohl für den Grundton wie für die Obertöne eine Phasenverzögerung ein. Der ihr entsprechende Gangunterschied ist ein größerer Bruchtheil der Wellenlänge für höhere Töne wie für tiefere und von dem Einfallswinkel abhängig.

5. Die höheren Töne werden auf Metallsaiten im Allgemeinen rascher absorbirt als die tieferen, doch ist die Spannung von wesentlichem Einfluß.

6. Die Schwingungsfigur bietet ein übersichtliches Mittel, um die objective Intensität der Obertöne zu beurtheilen.

7. Die Obertöne treten bei gespannten und nicht gespannten Stäben durch Schlagen stärker auf als durch Zupfen.

8. Die Absorption des Grundtons sowohl als der Obertöne hängt von dem Einfallswinkel ab.

9. Größere Amplituden nehmen sowohl auf gespannten, wie auf nicht gespannten Stäben nicht nach dem Gesetz einer geometrischen Reihe ab.

---

**IV. Ueber die Spectral-Erscheinungen des Phosphorwasserstoffs und des Ammoniaks;  
von Dr. Karl Berthold Hofmann.**

Wenn man das blasse Licht, das von einem an der Luft liegenden Phosphorstück ausgestrahlt wird, mit jenem vergleicht, welches Phosphor beim Verbrennen in Sauerstoff aussendet, so überzeugt man sich, daß es in beiden Fällen wesentlich gleiche spectroskopische Erscheinungen bietet. Man sieht dann ein continuirliches Spectrum, das der Intensität des Lichtes entsprechend mehr oder weniger hell erscheint und keine abgesonderten Streifen erkennen läßt.

Anders verhält es sich mit der charakteristischen, seit Dusard und Blondlot zum Nachweis von Phosphor benutzten Flamme, die bei Verbrennung von Phosphorwasserstoff entsteht.

Wenn man in einem Wasserstoff-Entbindungsapparat etwas Phosphor dem Zink zusetzt, so brennt das sich bildende Gas mit einer Flamme, deren innerer Kegel schön grün gefärbt erscheint. Dieselbe Flamme erhält man, wenn man trockenen oder nassen Wasserstoff anzündet, der vorher durch eine Glasröhre gegangen ist, in welchem sich ein kleines Stückchen Phosphor befindet, das von Zeit zu Zeit ganz mäßig mit einer Spirituslampe angewärmt wird.

Untersucht man nun diesen grünen Lichtkegel im Spectralapparat, so erhält man ein Bild von grünen Streifen, das zuerst von Christoffle und Beilstein (*Sur le spectre du phosphor, Compt. rend. T. 56, p. 399 und Ann. de Chim. et Phys., (IV. Sér., Vol. III, p. 280)* gezeichnet worden ist. Zu den drei Streifen, welche die genannten Beobachter aufgeführt haben, kommt bei größerer Intensität der grünen Flamme noch eine vierte sehr feine Linie hinzu.

Sämmtliche Linien liegen zwischen den Fraunhofer'schen Linien *D* und *F* im grünen Theil des Spectrums. Die *erste* (mit *a* in Fig. 10 Taf. I bezeichnet) fällt zum Theil mit der ersten grünen Liniengruppe vom inneren Kegel der Koblenwasserstofflamme (Fig. 11) zusammen. Die erste Linie jener Gruppe halbirt nämlich die Linie  $P_{\alpha}$ . Darauf folgt die feine Linie  $P_{\beta}$ , welche verglichen mit den Spectralerscheinungen einer Bariumverbindung (Fig. 9) enthaltenden Flamme in den Raum zwischen  $Ba_{\gamma}$  und  $Ba_{\delta}$  fällt, diesen in zwei nahezu gleiche Hälften theilend, etwas wenigens dem  $Ba_{\gamma}$  näher. Sie entspricht dem rechten Rande  $Ca_{\beta}$  (Fig. 6) <sup>1)</sup>. Die *dritte* Linie  $\gamma$  oder vielmehr ein breiteres Band liegt zu beiden Seiten von *E* und entspricht dem linken Rande von  $Ba_{\alpha}$ . (Fig. 9). Die *vierte* Linie ( $P_{\delta}$ ) endlich liegt nahe bei der Fraunhofer'schen Linie *b* und entspricht vollkommen  $Ba_{\beta}$ , fällt somit in die zweite grüne Liniengruppe des inneren Leuchtgaskegels. (Fig. 11.)

Man kann die Spectralerscheinungen bekanntlich deutlicher machen, wenn man die Flamme mittelst einer in sie gehaltenen Porzellanplatte zurückdrückt.

Der innere Kegel der Phosphorwasserstofflamme erscheint dem freien Auge selbst dann noch deutlich grün, wenn derselbe kein Spectrum mehr liefert. Die grüne Flamme verschwindet aber gänzlich, wenn man den  $PH_3$  über gewöhnlichem Rüböl auffängt, mit demselben schüttelt und 2 bis 3 Stunden im Contact stehen läßt. Wenn man das so behandelte Gas dann ausströmen läßt und anzündet, so zeigt die Flamme keine Spur von grüner Farbe.

Die Bildung des Spectrums läßt dem ersten Anschein nach dreierlei Erklärungsweisen als zulässig erscheinen.

Entweder das Spectrum entsteht

- 1) durch Verbrennen des Phosphors oder
- 2) durch Glühen des  $PH_3$ , oder endlich
- 3) durch ein anderes, unten näher zu erörterndes Moment.

1) Unter *rechts* wird hier und im weiteren Verlauf der Darstellung der nach Violett, unter *links* der nach Roth sehende Theil gemeint.



Die erste Annahme (Verbrennung des Phosphors) kann als unstatthaft zurückgewiesen werden. In solchem Falle müßte nämlich bei Verbrennung von Phosphor in Luft, wenigstens eine Andeutung von Spectralstreifen vorhanden seyn. Dies beobachtet man aber nicht. Ja man kann sich vielmehr von der Unstatthaftigkeit dieser Annahme direct durch den Versuch überzeugen. Erhitzt man nämlich den Phosphor in der Glasröhre nur etwas unvorsichtig, so verschwindet die grüne Flamme und eine gelblichweißse tritt an ihre Stelle. Dem entsprechend verschwinden die grünen Spectralstreifen und werden durch ein mehr oder weniger lichtstarkes, continuirliches Spectrum ersetzt. Es hat sich unter diesen Verhältnissen mehr Phosphordampf gebildet als der durchströmende H in  $\text{PH}_3$  umzuwandeln vermochte und dieser geräth nun in der Phosphorwasserstoffflamme als Phosphorsäure ins Glühen und giebt, wie jeder feste glühende Körper, Strahlen von den verschiedensten Brechungsindices aus.

Die zweite Annahme, dafs es glühender  $\text{PH}_3$  sey, der die grünen Strahlen aussendet, erscheint bei näherer Betrachtung auch unhaltbar.

Wenn man nämlich  $\text{PH}_3$  durch eine glühende Röhre leitet, so zerfällt er in seine Elemente. Die bei dem chemischen Vorgang in der Phosphorwasserstoffflamme erzeugte Temperatur ist unzweifelhaft hoch genug um dies zu bewirken.

Es bleibt noch eine andere Erklärung für das Auftreten des grünen Spectrums übrig: *der chemische Proceß am Mantel der grünen Flamme selbst veranlaßt die Aussendung von Strahlen ganz bestimmter Brechbarkeit.*

Der innere Kegel steckt in einem sehr dünnen lichtschwachen äußeren, welcher auch dem reinen Wasserstoffgas beim Verbrennen zukommt. An der Stelle, wo das ausströmende  $\text{PH}_3$  gas mit dem Sauerstoff der Luft zusammentrifft oder nur die hohe Temperatur des verbrennenden Wasserstoffes einwirkt, wird der Phosphor vom H losgetrennt. Wären andere z. B. die von A. Mit-



scherlich<sup>1)</sup> gegebene Erklärungen richtig, daß der vom H abgespaltene und verbrennende Phosphordampf dieses grüne Licht veranlasse, so müßte der Phosphordampf auch bei Abwesenheit von H bei genügend hoher Temperatur das grüne Licht zeigen; dies ist aber nicht der Fall. Wenn man nämlich Kohlenoxyd, sowohl feuchtes, als durch Chlorkalium getrocknetes, über erwärmten Phosphor leitet, so bekommt man nur ein continuirliches Spectrum, ohne jene bei  $\text{PH}_3$  auftretenden Streifen. Die Abkühlung der Flamme ändert nichts daran. Es zeigt sich auch dem freien Auge nicht die geringste Spur einer grünen Färbung der Flamme, während bei  $\text{PH}_3$  diese noch ganz deutlich ist, wenn man im Spectroskop keine Streifen mehr wahrnehmen kann.

Dieselben Gesichtspunkte, welche sich für die Beurtheilung der Entstehung des grünen Lichtes in der Flamme vom Phosphorwasserstoff ergeben, konnten voraussichtlich auch anwendbar seyn für die Erklärung der Lichterscheinungen, welche Ammoniak, Arsenwasserstoff ergeben. Zunächst war aber zu entscheiden, ob insofern die Verhältnisse der Ammoniakflamme mit den der  $\text{PH}_3$ flamme übereinstimmten, daß auch bei jener die charakteristischen Lichtarten der innern Flamme zugehören.

Um diese Verhältnisse kennen zu lernen, untersuchte ich zunächst mit einem Spectralapparat, der ein einziges stark zerstreues Glasprisma enthielt, den ich für alle diese Untersuchungen benutzte, die Lichtlinien und Bänder, welche beim Verbrennen von Aetzammoniak, ohne und mit H gemengt, entstehen (Fig. 8, Taf. I).

Wenn man an die Mündung eines weiten Rohres, aus welchem größere Mengen von Ammoniak ausströmen, eine Flamme hält, so brennt dasselbe bekanntlich mit einer sehr lichtschwachen, sehr leicht verlöschenden Flamme, deren Spectralerscheinungen wegen dieser Eigenschaft nur mit Mühe untersucht werden können.

1) Ueber die Spectren der Verbindungen und einfachen Körper. Berlin 1864, S. 19.

Um eine ruhig brennende und lichtstarke Ammoniakflamme zu erhalten, wurde eine gläserne Doppelröhre, mit einem engen Innenrohr gewählt, eine Combination, wie sie zum Knallgas- oder Leuchtgasgebläse allgemein im Gebrauche ist. An die Ausmündung wurde ein sehr niedrig brennender Bunsen'scher Brenner so herangerückt, daß seine Flamme den ausströmenden  $\text{NH}_3$  Gaskegel eben tangirte. Dadurch wurde das Erlöschen des Gases beseitigt, und das Erscheinen von Spectralstreifen des Leuchtgases vermieden. Als Material zur Entwicklung von Ammoniak wurde nicht Salmiak und Aetzkalk, sondern concentrirte Ammoniakflüssigkeit mit Kalihydrat verwendet, da in letzterem Falle eine rubigere Entwicklung von Gas stattfindet und die Beobachtung nicht so bald durch das Hinübersteigen von  $\text{H}_2\text{O}$  in das Gebläse gestört wird.

Der Versuch wurde mit einigen Modificationen wiederholt. Das  $\text{NH}_3$  gas wurde einmal ohne, und ein andermal mit Sauerstoff verbrannt; in letzterem Falle wurde der Sauerstoff einmal in das Innen- einmal in das Außen-Rohr des Gebläses geleitet. Das Spectrum unterschied sich in den beiden letztern Fällen nicht; wohl aber war es, mit dem Spectrum des in Luft verbrennenden Ammoniaks verglichen, vollständiger. In dem schwächer gebrochenen Theil des Spectrums war bei Zufuhr von O keine wesentliche Aenderung zu bemerken, dagegen kam, entsprechend der größeren Lichtstärke der Flamme, auf dem violetten Ende eine größere Zahl von Linien zum Vorschein. Die Menge des Sauerstoffs, die ins Gebläse geleitet wird, darf nicht zu groß seyn, sonst werden wegen zu bedeutender Lichtstärke der breitem Linien, die feineren undeutlich; die den stärkern nahe stehenden scheinen mit diesen zu einem Bande verschmolzen oder können auch ganz übersehen werden.

In Nachfolgendem soll die wechselseitige Lage der Spectrallinien des  $\text{NH}_3$  genauer angegeben werden, als es bisher geschehen ist, umsomehr, als das von Dibbits

(*De Spectraal-Analyse. Akademisch Proefschrift, 1863*) gezeichnete von dem unseren etwas abweicht.

Bei der Sonnenlinie *C* befindet sich eine Doppellinie ( $\alpha$ ). Die stärkere der beiden, scharf neben  $Sr_{\beta}$  steht links von *C*, die feinere auf der rechten Seite von *C*, so diese Sonnenlinie zwischen sich fassend. Die feinere steht neben dem rechten Rand von  $Sr_{\gamma}$ . Wenn das Spectrum etwas Lichtstärker wird, erscheinen beide nur als eine einzige dickere Linie. Man sieht sie darum am schärfsten bei sehr grossem Ueberschuss von  $NH_3$  und sehr wenig Sauerstoff.

Zwischen *C* und *D* treten von *C* nach *D* hin gerechnet folgende Linien auf. Eine sehr feine, welche dem äussersten rechten Rande der Linie 1 im Strontian entspricht, sodann eine breitere ( $\beta$ ) mit der Linie 2 des *Sr* zusammenfallend, darnach die Doppellinie  $\gamma$ , welche mit  $Ca_{\alpha}$  und der Linie 3 im *Sr* zusammenfällt.

Die nach dem rothen Ende hin stehende ist wieder die stärkere. Dann folgt eine dritte gleich beschaffene Doppellinie  $\delta$ , die mit  $Sr_{\alpha}$  identisch zu seyn scheint. Bei gleichzeitiger Bildung eines Strontianspectrums aber sieht man, daß sie um ein Minimum mehr gegen *D* hin liegt. Der zwischen den Doppellinien  $\gamma$  und  $\delta$  befindliche, ziemlich lichtstarke Raum ist durch eine sehr feine Linie in zwei gleiche Hälften getheilt. Ein Gleiches ist der Fall mit dem Theil des Spectrums zwischen der Doppellinie  $\delta$  und der Sonnenlinie *D*. Nur erfolgt hier die Theilung durch zwei sehr feine, scharfe, sehr nahe bei einander befindliche Linien ( $\epsilon$ ). Die Doppellinie  $\gamma$  ist lichtschwächer als  $\delta$ . Wenn nur so wenig  $NH_3$  verbrennt, daß sich noch eben ein Spectrum bildet, oder bei abnehmender Ammoniakmenge im Erlöschen begriffen ist, so erscheinen noch die Linien  $\beta$  und  $\delta$ , aber die letztere in solchem Falle nur einfach.

Zwischen *D* und *E*, dem lichtstärksten Theil des Spectrums, treten folgende Linien besonders scharf auf.

Eine feine Linie ( $\zeta$ ), die nahe bei  $Ba_1$  und  $Ca_1$  unserer Zeichnung steht, nur etwas wenig gegen *D* hin gerückt.

Dieser folgt eine starke mit  $\text{Ca}_2$  zusammenfallende Linie  $\eta$ ; sodann eine noch leuchtendere  $\vartheta$ , die den Raum zwischen  $\text{Ba}_\gamma$  und  $\text{Ba}_\delta$  ganz auszufüllen scheint und sich bei Zufuhr von etwas O in zwei Linien auflösen läßt, wovon wieder die stärkere links, die schwächere rechts steht.

Der grüne Theil des Spectrums zwischen  $\eta$  und  $\vartheta$  ist ungefähr in der Mitte, etwas mehr gegen  $\eta$  hin viel heller. Diese Stelle löst sich bei Zufuhr von wenig Sauerstoff in zwei nicht scharf begränzte Linien auf. Wenn das Spectrum so schwach ist, daß links von  $D$  nur  $\beta$  und  $\delta$  sichtbar werden, dann findet man von den gesammten rechts von  $D$  liegenden Linien nur  $\eta$  und  $\vartheta$  als deutliche Streifen auf dem blaß grünen Grunde.

Nach  $\vartheta$  folgt noch eine feine Linie, die mit dem rechten Rande der Thalliumlinie (Fig. 7) zusammenfällt, also sehr nahe neben  $\text{Ba}_\delta$  steht.

*Mit der Sonnenlinie E* fällt eine etwas stärkere Linie  $i$  zusammen.

*Bei der Sonnenlinie b* befindet sich eine Doppellinie  $k$ . Die links stehende ist stärker und fällt mit der Sonnenlinie  $b$  und somit mit  $\gamma$  des inneren Leuchtgaskegels zusammen.

*Zwischen b und F.* Die Linie  $\lambda$  mit dem rechten Rande von  $\text{Ba}_\beta$  zusammenfallend. Diese Linie ist die letzte, welche man im Ammoniakpectrum sieht, wenn man keinen O dem Gase zusetzt.

Die nun folgenden treten nur bei viel Ammoniak und gleichzeitiger Zufuhr von Sauerstoff auf. Zunächst die Doppellinie  $\mu$  (die schwächere ist links, die stärkere rechts), die den Raum zwischen  $b$  und  $F$  theilt, ferner die Linie  $\nu$  hart an  $F$ .

*Zwischen F und G* folgen 6 mehr oder weniger lichtstarke Bänder ( $\phi, \pi, \rho, \sigma, \tau, \nu$ ). Von diesen fällt  $\pi$  mit  $\delta$ , des Spectrums, der innern Leuchtgasflamme und  $\sigma$  mit  $\text{Sr}_\beta$  zusammen. Die Linien  $\pi, \rho, \sigma, \tau$  sind in ziemlich gleichen Abständen von einander entfernt.

Ueber  $G$  hinaus erstreckt sich noch bis Theilstrich 20

unserer Skale das Spectrum, ohne daß es mit dem benutzten Spectroskop möglich gewesen wäre, dasselbe in weitere Linien oder Bänder aufzulösen. Neben einzelnen Bändern, bei  $\beta, \delta, \epsilon$ , zwischen  $\rho$  und  $\sigma$  hat das Spectrum sehr dunkle Stellen.

Ein Blick auf die über einander gezeichneten Spectren des  $\text{NH}_3$  und Sr zeigt eine merkwürdige Aehnlichkeit des rothen Theiles des Ammoniakspectrums mit dem Sr von  $\text{Sr}_\alpha$  bis  $\text{Sr}_\beta$ , was die gegenseitige Lage der Linien betrifft. Diese Aehnlichkeit wird noch augenfälliger, wenn aus oben angeführten Gründen  $(\text{NH}_3)_\gamma$  und  $\delta$  als einfache Streifen erscheinen.

Wenn man  $\text{NH}_3$  mit wenig H und noch weniger CO verdünnt, so bekommt man ein unvollständiges Spectrum. Ist sehr viel  $\text{NH}_3$  gas vorhanden und leitet man überdies in das Gemisch von  $\text{NH}_3$  und H etwas O, so ist das Spectralbild, wie es eben im Vorstehenden geschildert wurde. Nimmt man aber einen Ueberschuß von H oder gar von CO, so bleiben nur  $\beta, \delta, \eta, \vartheta$  sichtbar; endlich verschwinden auch sie, von einem continuirlichen Spectrum ersetzt, in welchem man nur mit Mühe etwas lichtstärkere Partien an jenen Stellen entdeckt, wo die genannten Spectralstreifen verschwunden sind. Um geringe Mengen von  $\text{NH}_3$  etwa in Gasmengen nachzuweisen, eignet sich daher die Spectraluntersuchung nicht.

Während bei der Untersuchung des  $\text{PH}_3$  selbst bei sehr geringen Mengen von P, die schöne grüne Flamme dem freien Auge sichtbar bleibt, wenn kein Spectrum mehr sich bildet und auf solche Weise das Vorhandenseyn von P verräth, ist dies bei  $\text{NH}_3$  nicht der Fall. Die Flamme desselben ist blaß gelb, mit einem geringen grünlichen Schimmer und entzieht sich dadurch sehr leicht der Beobachtung, wenn neben ihr Leuchtgas, oder selbst die lichtschwache Wasserstofflamme brennt.

Ein Versuch, ob man durch Ueberleiten von Wasserstoff über erwärmtes metallisches Arsen ein charakteristisches Spectrum erhalten könnte, gab ein negatives Re-

sultat. Man erhält ein continuirliches Spectrum. Da voraussichtlich Antimon noch ungünstigere Resultate ergeben hätte, wurde von einem solchen Parallel-Versuch abgesehen.

Zur getrennten Untersuchung der *innern* Flamme des ammoniakhaltenden Wasserstoffgases benutzte ich ein Verfahren, welches Prof. Hoppe-Seyler zu derartigen Untersuchungen der Kohlenwasserstoffe und zur Darstellung von Acetylen in reichlicher Quantität seit mehreren Jahren verwendet hat. Das gläserne Gebläse wird durch die Bohrung in der Mitte eines cylindrischen Korkes gesteckt, so daß seine Mündung 2<sup>cm</sup> hoch über den Kork vertikal hervorragt. Durch die äußere der in einander gesteckten Röhren wird überschüssiges ammoniakreiches Wasserstoffgas, durch die innere wenig Sauerstoffgas geleitet, dann ein weites, oben verengertes Glasrohr vertikal über die Flamme gestülpt, so daß es unten durch den Kork geschlossen wird. Das überschüssige ammoniakhaltige Wasserstoffgas kann oben, wo es aus der engen Oeffnung der weiten Röhre austritt, angezündet werden, und giebt die gleichen spectroscopischen Erscheinungen, wie die Flamme im Innern des Rohres. Diese unter solchen Verhältnissen unmittelbar über der Ausströmungsöffnung des Sauerstoffgases entstehende Flamme entspricht bei genügendem Ueberschuß des brennbaren Gases stets der *innern* Flamme. Auch bei dieser Anordnung ergab die Spectraluntersuchung dieselben Linien und Bänder, welche beim Brennen von Ammoniak in Sauerstoff, oder mit wenig beigemengtem Wasserstoff beobachtet und oben ausführlich beschrieben sind.

Wäre glühendes Stickstoffgas die Ursache der Lichterscheinungen, wie sie das Ammoniak liefert, so wäre es wunderbar, daß dieses eigenthümliche Spectrum nicht bei der Explosion von stickstoffhaltigem Knallgas beobachtet wird. Glühendes  $\text{NH}_3$  ist nicht anzunehmen, weil es sich in hohen Hitzegraden zersetzt und auch bei überschüssigem Sauerstoffgas die Verbrennung des Ammoniak sehr intensiv dieses Spectrum darbietet.

Die Ursachen der Lichtentwicklung, welche beim Verbrennen von  $\text{PH}_3$  und  $\text{NH}_3$  zur Beobachtung kommen, können somit nicht im Glühen dieser Gase und der bei ihrer Zersetzung entstehenden P, N und H Moleküle begründet seyn.

Schließlich fühle ich mich gedrängt, Hrn. Prof. Hoppe-Seyler, in dessen Laboratorium die vorliegenden Beobachtungen gemacht sind, für seinen mich unterstützenden Rath, meinen Dank auszudrücken.

#### V. *Ueber die Lichterzeugung durch Bewegung der Atome; von F. Hoppe-Seyler.*

Die vorstehende Arbeit ist von Hrn. Dr. K. B. Hofmann in meinem Laboratorium auf meine Veranlassung ausgeführt; die Gründe, welche zur näheren Untersuchung der Verhältnisse der Flamme von  $\text{PH}_3$  und  $\text{NH}_3$  geführt haben, sind in den folgenden Bemerkungen dargelegt, die ich kein Bedenken trage in ihrer jetzigen nicht hinreichend motivirten Weise zu publiciren, da ich auch für einige darin aufgeführte Angaben, die noch sehr der Stützen bedürfen, in kurzer Zeit die Begründung zu geben hoffen kann.

Bei allen Betrachtungsweisen über die Entwicklung von Licht, soweit sie mir bekannt geworden, sind die Beziehungen zwischen der Lichtemission und der Temperatur des leuchtenden Mediums entweder gar nicht oder meiner Ansicht nach ungenügend beachtet. Es ist nicht zu verkennen, daß wohl jeder Körper bei genügender Erhöhung seiner Temperatur Licht entwickeln wird, aber es steht auch fest, daß Licht entwickelt werden kann bei gewöhnlicher Temperatur, sey es durch chemische Processe



oder durch Aufnahme und Verwandlung von Licht (Phosphorescenz, Fluorescenz). Lichtemission und Absorption sind nie ganz unabhängig von der Temperatur, aber besonders bezüglich der Absorption wissen wir, daß sie in sehr hohem Grade bei gewöhnlicher Temperatur stattfinden kann. Da man nun annehmen muß, daß bei der Emission von Licht körperliche Bewegung, Bewegung des Lichtäthers, bei der Lichtabsorption umgekehrt die letztere die erstere veranlaßt, für die Wärme aber das Nämliche angenommen wird, so können wegen der theilweisen Unabhängigkeit der Lichterscheinungen von den Wärmebewegungen nicht wohl beide auf die nämliche Ursache zurückgeführt werden, und dennoch ergeben die beobachteten Thatfachen, daß bei lebhafter Bewegung der Theilchen, welche hoher Temperatur entsprechen, auch lebhaftere Bewegung der lichtemittirenden Theilchen nothwendig eintritt.

Die theoretische Chemie ist durch ihre Entdeckungen veranlaßt, in jedem chemischen Körper eine Zusammensetzung aus Molecülen anzunehmen, deren jedes wieder aus Atomen besteht. Mit Zugrundelegung dieser bereits allgemein geltenden Annahme, daß die kleinsten Theilchen eines Körpers, die Molecüle, zusammengesetzt seyen aus Atomen von bestimmten chemischen Affinitäten und bestimmter Masse, in bestimmter Anzahl und bestimmter Gruppierung, hat die Chemie ihr wissenschaftliches Gebäude begonnen. Ein Molecül ist hiernach in den Fällen, die nicht Elemente betreffen, zusammengesetzt aus Atomen von verschiedener Masse, welche durch die chemische Affinität an einander gekettet sind; aber es ist wohl nicht denkbar, daß sie unmittelbar ohne Zwischenraum an einander festgekettet sind. Sind sie aber beweglich, so wird ein Stoß, welcher das ganze Molecül trifft, nicht allein das Molecül in Bewegung setzen, sondern auch Schwingungen zwischen den Atomen veranlassen, welche sie in um so größerer Entfernung auseinander treten lassen, je verschiedener ihre Masse ist. Es läßt sich an vielen Beispielen nachweisen, daß die Stabilität einer chemischen



Verbindung abhängt von dem Verhältniß der Atomgewichte der in einem Molecül vereinigten Atome ( $\text{ClHBrH}$ ,  $\text{JH}$ ) ( $\text{NH}_3$ ,  $\text{PH}_3$ ,  $\text{AsH}_3$ ,  $\text{SbH}_3$ ,  $\text{BiH}_3$ ). Man kann sich aber auch den Fall denken, daß das Molecül sich in Ruhe befindet, aber Rotationen oder Oscillationen der Atome im Molecüle bestehen.

Nach Euler's ersten Anfängen hat Ångström die Ansicht weiter ausgeführt und mit den Beobachtungen in Uebereinstimmung gefunden, daß Lichtemission und Absorption in derselben Weise zu Stande kommen wie die Uebertragung der Schwingungen einer Saite auf die Luft und umgekehrt. Nimmt man nun an, daß der Lichtäther in diesem Verhältnisse zu den Atomen stehe, so würden sich folgende Consequenzen ergeben:

1. Die Atome eines jeden Körpers befinden sich in Bewegung, deren Geschwindigkeit der Oscillation (oder Rotation) abhängig ist von ihrer Masse und der chemischen Affinität mit welcher sie an andere gekettet sind. Diese Bewegungen werden, von den Atomen dem Lichtäther mitgetheilt, bei genügender Intensität als Licht bestimmter Farbe vom Auge unterschieden. Die Intensität der Lichtentwicklung ist abhängig von der Größe der Excursionen der Atome, sie ist daher besonders groß beim Zerfall der chemischen Molecüle und Bildung neuer Körper.

2. Auch die Molecüle befinden sich in steter Bewegung, wenn auch verschiedener Art, in den verschiedenen Aggregatzuständen. Ihre Bewegung bedingt die Tension der Gase und Dämpfe und die Volumenveränderung der festen und tropfbarflüssigen Stoffe mit Erhöhung der Temperatur.

3. Die spec. Wärme eines Körpers bei constantem Volumen entspricht der Summe der Zunahme der Molecularbewegung und wird intramoleculare Atombewegung für eine bestimmte Temperaturerhöhung. Die spec. Wärme vollkommener Gase kann nicht ganz gleich seyn.

4. Je größer die Geschwindigkeit der Bewegung ist,

um so größer wird auch die Intensität der Atombewegung des Lichtes.

5. Die Geschwindigkeit der Oscillationen der Atome ist in höherem Maasse abhängig von der Masse der Atome, als von der chemischen Affinität, durch welche sie im Molecüle gefesselt sind, vorausgesetzt, daß die Gruppierung der Atome nahezu die gleiche ist.

Hiefür geben die geringen Verschiedenheiten der Absorptionsspectra der verschiedenen Salzverbindungen eines und desselben Metalls in dem bestimmten Oxydzustand den Nachweis.

6. Sowie die Bewegung der Molecüle die der Atome veranlaßt und verändert, können auch umgekehrt die Atome, wenn sie von Lichtwellen, die in der Wellenlänge ihren Schwingungen entsprechen, in ausgiebige Schwingungen versetzt sind, Mitbewegung der Atomgruppen und der ganzen Molecüle hervorrufen — Lichtabsorption.

Werden hierbei die Atome in lebhafte Schwingungen versetzt, ohne erhebliche andere Bewegung zu veranlassen, so strahlt der Körper Licht derselben Wellenlänge aus (Chlorophyll, Fluorescenz entsprechend der Absorption zwischen *B* und *C*). Werden ganze Atomgruppen heftig bewegt, so tritt Fluorescenz ein mit Vergrößerung der Oscillationsdauer; wird nämlich das ganze Molecül bewegt, so ergibt dies Temperaturzunahme. Alle diese drei Vorgänge schliessen sich gegenseitig nicht aus.

7. In Krystallen sind die Molecüle in der Ordnung an einander gelagert, daß die Schwingungen der Atome ebenso wie diejenigen der Molecüle nur in bestimmten Richtungen zu den Axen der Krystalle geschehen (Pleochroismus, Polarisation, Doppelbrechung).

8. Je dichter die Zusammenlagerung der Molecüle und je lebhafter die Bewegung der Atome, um so größer die Störungen, welche die Atome bei ihren Bewegungen erfahren — Ausstrahlung aller Lichtarten durch erhitzte feste Körper.

9. Die Wirkungssphäre der chemischen Affinität zweier

Atome auf einander ist wahrscheinlich unbegrenzt, aber die Wirkung selbst nimmt mit der Entfernung ab; werden zwei Atome weit auseinander geschleudert, so wird durch einen Stoß oder eine Attraction, welche das eine durch ein drittes Atom trifft, der Zusammenhang zerrissen werden — chemische Zersetzung. Zerfall der Molecüle findet nur statt, sobald die Excursion der Atome gleich der mittlern Entfernung zweier benachbarter Molecüle oder größer als diese wird.

Diese Sätze geben eine Anzahl abgeleiteter Hypothesen, welche zum Theil durch den Versuch begründet sind, zum Theil durch experimentelle Prüfung weiterhin gestützt werden können. Dafs es sich bei den Lichtemissionen nicht um die Molecüle, sondern um Bewegungen der Atome handelt, geht aus den Kirchhoff-Bunsen'schen großen Entdeckungen schon mit Sicherheit hervor. Wie nun aber die durch Elektrizität oder bei chemischen Processen hervorgerufenen Lichtemissionen ebenso wie die einzelnen Lichtabsorptionen auf *bestimmte* Bewegungen der Atome zurückgeführt werden können, dies wird in jedem speciellen Falle besonders zu untersuchen seyn.

Es kann nicht auffallen, dafs dieses System von Hypothesen auch die Annahme einschließt, dafs jeder Körper selbstleuchtend ist, denn es scheint gar nicht möglich, bei irgend einem plausiblen Erklärungsversuche der Lichterscheinungen diese Annahme zu vermeiden. Das Einzige, was dieser Annahme entgegensteht, ist auch nur die hohe Meinung, die man von der Empfindlichkeit des Auges besitzt.

So lange aber nicht die Haltlosigkeit der Fundamente, auf welche diese Hypothesen sich gründen, entschieden erwiesen ist, sind alle Schlüsse über die Temperatur lichtemittirender Medien unzulässig, und so manche über die Temperatur von Weltkörpern ausgesprochene Vermuthung, soweit sie nur auf Lichtemission sich gründet, gehört zu diesen haltlosen Hypothesen.

---

# VI. Ueber das Spectrum des Stickstoffs; von Arthur Schuster.

(Gelesen vor der Royal Society June 20, 1872, und mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

## 1. Einleitung.

Die verschiedenen Spectren, die dasselbe Gas unter wechselndem Drucke zeigen soll, bilden einen der dunkelsten Punkte der Spectral-Analyse. Als Plücker und Hittorf im Jahre 1865 ihre Untersuchungen „*Ueber die Spectra leuchtender Gase und Dämpfe mit besonderer Rücksicht auf die verschiedenen Spectren eines und desselben Gases*“<sup>1)</sup> veröffentlichten, lenkten sie die Aufmerksamkeit auf die auffallende Aehnlichkeit des Band-Spectrums des Stickstoffs mit den Bandspectren, die einige Metalle in verhältnißmäßig niedriger Temperatur zeigen. Roscoe und Clifton<sup>2)</sup> sprachen später die Wahrscheinlichkeit aus, daß die Bandspectren der Metalle den verschiedenen Oxyden angehören. Das Doppelspectrum des Stickstoffs jedoch wurde keiner ähnlichen Untersuchung unterworfen, sondern im Gegentheil es bildete den Ausgangspunkt einer Reihe Untersuchungen von Wüllner, der zu dem Schlusse kam, daß einige Gase sogar mehr wie zwei Spectren zeigen können. Ångström<sup>3)</sup> spricht seine Zweifel aus über die Zuverlässigkeit der Experimente Wüllner's und fügt in einer Anmerkung hinzu: „Was die Spectren betrifft, die man gewöhnlich dem Stickstoffe zuschreibt, so erwähne ich hier als allgemeine Thatsache, daß die cannelirten Bänder, die die Spectren der Metalloxyde so gut kennzeichnen, nach meiner Ueberzeugung, niemals in den Spectren der einfachen Gase gefunden werden.“ —

1) *Philosophical Transactions* Vol. 155. p. 1.

2) *Chem. News* V, 283. „Ueber den Einfluß gesteigerter Temperatur auf das Licht der glühenden Dämpfe einiger Metalle und der Verbindungen der Metalle.“

3) *Comptes rendus*. Aug. 1871.

Es ist meine Absicht in der folgenden Mittheilung zu zeigen,

- 1) *dafs reiner Stickstoff nur ein Spectrum zeigt,*
- 2) *dafs dies das Lienienspectrum ist.*
- 3) *dafs die cannelirten Streifen des Spectrums erster Ordnung den Oxyden des Stickstoffes angehören, die sich unter dem Einflusse des elektrischen Funkens bilden.*

## 2. Erste Experimente.

Zum Beginne meiner Untersuchungen wollte ich das Experiment Secchi's wiederholen, der in derselben Röhre drei verschiedene Spectren des Stickstoffs fand. Eine Röhre, die genau nach Secchi's Angaben gemacht war, wurde mit Stickstoff gefüllt und der Druck auf wenige Millimeter reducirt. Zu meinem Erstaunen zeigte die Röhre, selbst in ihren weitesten Theilen, nur *ein* Linienspectrum. Keine genauere Messungen wurden damals genommen, doch war das Spectrum zweifellos das von Plücker beschriebene Spectrum zweiter Ordnung. Plötzlich und während ich durch das Spectroskop sah, änderte sich das Spectrum und die wohlbekannten cannelirten Streifen erschienen. Durch Einschalten der Leydener Flasche konnte nun leicht das alte Spectrum wieder erhalten werden, doch bald versagte der Strom den Durchgang durch die Röhre. Es stellte sich nun heraus, dafs die Röhre durch die grofse Hitze gesprungen war. — Der Verlauf des Spectrums in dieser Röhre gab sogleich zu der Vermuthung Anlaß, dafs die Gegenwart von Luft zur Bildung des Bandspectrums nothwendig sey. Es ist bekannt, dafs die Oxyde des Stickstoffs sich unter dem Einflusse des elektrischen Funkens bilden und die grofse Aehnlichkeit, die das fragliche Spectrum mit dem der Metalloxyde hat, berechtigte zu dieser Vermuthung. Um dieselbe einer genaueren Untersuchung zu unterwerfen, wurde eine Reihe von Experimenten veranstaltet. Als Resultat ergab sich:

1. So oft das cannelirte Spectrum erschien, konnte

gezeigt werden, daß Spuren von Sauerstoff in der Röhre vorhanden waren.

2. So oft mit Sicherheit gesagt werden konnte, daß kein Sauerstoff vorhanden war, zeigte sich regelmäÙig das Linienspectrum, was auch der Druck und die Temperatur seyn mochte, dem das Gas unterworfen war.

Um jede Spur von Sauerstoff zu entfernen, benutzte ich, auf den Vorschlag von Prof. Stewart hin, kleine Stöckchen Natrium, die in der Geißler'schen Röhre erwärmt wurden. Dieses Verfahren bewies sich vollständig zufriedenstellend, denn so oft jede Spur Sauerstoff auf diese Art absorbirt war, erschien ohne Ausnahme nur das Linienspectrum.

### 3. Beschreibung der beiden Spectra.

Es ist keine Möglichkeit vorhanden die beiden Spectra mit einander zu verwechseln. Das cannelirte Spectrum erster Ordnung ist wohl bekannt durch seine so schön schattirten Bänder. Um jedoch jede Möglichkeit eines Irrthums auszuschließen, wurde die Position dieser Bänder auf der reflectirten Scala des Spectroskops abgelesen und durch eine Interpolationsformel auf Wellenlängen reducirt. Folgendes sind die Zahlen in zehntausend Milliontel eines Millimeter. Da die Messungen jedoch nur zur Vergleichung mit späteren Beobachtungen unternommen wurden, machen dieselben keinen Anspruch auf Genauigkeit:

5129	4556	4318
4981	4436	4237
4649	4390	

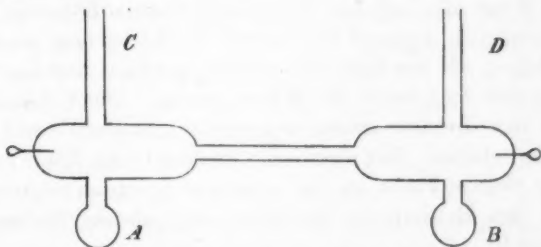
Das wirkliche Spectrum des Stickstoffs ist leicht erkenntlich an einer intensiven grünen Linie; nahe daran und etwas nach dem Violett hin ist ein grünes nicht schattirtes Band. Außerdem besitzt das Spectrum einige violette ebenfalls nicht schattirte Bänder. Die hauptsächlichsten Linien dieses Spectrums wurden mit den Messungen Plücker's verglichen, die von Dr. Watts auf Wellen-

längen reducirt wurden. Die Wellenlängen dieser Linien sind die folgenden:

6288	5666	4184
6165 }	5164	
6152 }	4894	
5942	4644	
5932	4214	

#### 4. Beschreibung des Apparates.

Die Röhren, die ich gewöhnlich anwandte, hatten zwei Taschen *A* und *B*.



In diesen Taschen befanden sich kleine Stückchen Natrium. Die Röhre *C* wurde mit dem Behälter in Verbindung gesetzt, der den Stickstoff enthielt. *D* wurde mit der Luftpumpe verbunden.

Der Stickstoff wurde gewöhnlich durch Verbrennen von Phosphor in Luft zubereitet. Es ist wahr, daß der so zubereitete Stickstoff nicht sehr rein ist; doch war meine Absicht, hauptsächlich keinen Sauerstoff in den Röhren zu haben, und dies konnte ja leicht mit Hülfe des Natriums erlangt werden. Andere Arten der Zubereitungen wurden versucht, wie die Zersetzung von Ammoniak durch Chlor, Gas oder die Leitung von Luft über glühend rothe Kupferspäthe, aber das Resultat war immer dasselbe. Es fanden sich immer noch Spuren von Sauerstoff in den Röhren und das Natrium konnte nie entbehrt werden.

Die Luftpumpe, die gewöhnlich angewandt wurde, war die von Carré's Gefriermaschine und konnte der Druck



leicht auf 2 Millimeter reducirt werden. Sollte der Druck gemessen werden, so wurde eine Glasröhre zwischen der Geißler'schen Röhre und Luftpumpe eingeschaltet, in welche dann ein Barometerrohr eingeführt wurde. Die Höhe des Quecksilbers in dieser Röhre wurde mit der Barometerhöhe verglichen; die Differenz gab den Druck an, unter dem sich das Gas befand. Ich gehe nun zur Beschreibung der Experimente über.

#### 5. Beschreibung der Experimente.

Wenn alle Luft aus der Geißler'schen Röhre so viel wie möglich gepumpt war, wurde die Verbindung mit dem Behälter, der das Stickstoff enthielt, geöffnet, und das Gas eine Zeit lang durch die Röhre geleitet. Die Verbindung mit dem Behälter wurde nun wieder geschlossen und die Röhre entleert. Der elektrische Funken in der Röhre nahm eine violette Farbe an, das cannelirte Spectrum zeigte sich mit den Bändern in den oben angegebenen Stellungen nämlich:

5129	4436
4980	4390
4649	4318
4556	4237.

Das Natrium wurde alsdann mittelst eines Bunsen'schen Brenners erwärmt und so lange geschmolzen, bis es eine reine Oberfläche zeigte. Die Röhre gab nun ein weißlich blaues Licht aus, das viel weniger hell wie das frühere violette war. Das Spectrum hatte einen anderen Charakter angenommen, es war nun das Spectrum zweiter Ordnung mit seiner charakteristischen grünen Linie. Der Druck des Gases hatte ein wenig zugenommen, was wahrscheinlich dem Natriumdampf zuzuschreiben ist. Wenn das Quecksilber wieder auf seine frühere Höhe gebracht war, erschien das Spectrum heller, behielt aber seinen Charakter bei. Frischer Stickstoff wurde nun in die Röhre



geleitet und zeigte nach Entleerung das cannelirte Spectrum, welches jedoch durch Erhitzen des Natriums augenblicklich wieder in das Linienspectrum verwandelt wurde. Dieser Proceß wurde mehrmals wiederholt, und ohne Ausnahme mit demselben Resultat. Ich besitze zwei Röhren, die beide unter 2 Mllm. Druck zugeschmolzen sind. Die eine enthält den Stickstoff, wie er aus dem Behälter kam und zeigt das cannelirte Spectrum. Die zweite enthält Stickstoff, der über Natrium erhitzt wurde und zeigt das Linienspectrum. Zwei andere Röhren, die unter 15 Millimeter Druck zugeschmolzen wurden, zeigen dasselbe und ich habe mich wiederholt überzeugt, daß reiner Stickstoff unter jedem Drucke nur *ein* Linienspectrum zeigt. Einmal wollte ich eine Röhre unter höherem Drucke zuschmelzen. Es stellte sich heraus, daß das Natrium nicht hinreichend war, allen Sauerstoff zu absorbiren; die Folge war, daß eine Mischung der beiden Spectren erhalten wurde. Eine solche Mischung wurde öfters von Plücker und Wüllner beobachtet in dem Augenblicke, wo das Bandenspectrum in das Linienspectrum überging. Sie ist charakterisirt durch die grüne Linie des Stickstoffs und die violetten cannelirten Bänder. Der Druck der Röhre, die diese Mischung zeigte, wurde allmählig reducirt während der Strom hindurchging; das Spectrum änderte sich jedoch nicht. Wenn die Bildung dieser beiden Spectren in dem Drucke oder der Temperatur ihre Ursache hat, wie kann eine Mischung beider, die also ein Uebergangsstadium anzeigt, unter so verschiedenem Drucke existiren? —

Um mich zu überzeugen, ob selbst sorgfältig zubereiteter Stickstoff noch Sauerstoff enthalte, brachte ich einige Tropfen einer Lösung von Kaliumjodid und Stärke in die Röhre. Nachdem der elektrische Strom wenige Secunden durch die Röhre gegangen war, färbte sich die Lösung blau und zeigte hiermit entweder die Anwesenheit von Oxyden des Stickstoffs oder von Ozon an, jedenfalls aber die Anwesenheit von Sauerstoff.

## 6. Die Spectren der verschiedenen Oxyde des Stickstoffs.

Ich versuchte das Spectrum der verschiedenen Oxyde des Stickstoffs zu erlangen; sie alle geben jedoch nur das bisher dem Stickstoff zugeschriebene cannelirte Spectrum und ich konnte also keine Auskunft darüber erhalten, welchem speciellen Oxyde dieses Spectrum angehört. Man darf sich darüber übrigens nicht verwundern, wenn man bedenkt, daß es grade so schwierig ist, die Oxyde des Stickstoffs ohne freien Sauerstoff zu erhalten als den Stickstoff selbst, und so wird sich überall das fragliche Oxyd bilden. Ich habe mich übrigens überzeugt, daß die Absorptionsbänder der Untersalpetersäure nicht mit den cannelirten Bändern des Spectrums zusammen fallen. Es ist wahrscheinlich, daß dieses Spectrum dem Stickstoffbioxyd angehört, da dieses das am schwersten zersetzbare der Oxyde ist.

## 7. Schluss.

Ich füge bei, daß eine der Röhren, die reinen Stickstoff enthielt und also das Linienspectrum zeigte, eines Tages sprang und die Luft durchliefs; die cannelirten Bänder erschienen augenblicklich. Diese Thatsache wird nicht leicht erklärlich seyn, wenn wir annehmen, daß das cannelirte Spectrum einem niedrigeren Drucke angehört als das Linienspectrum.

Die obigen Experimente wurden im Physikalischen Laboratorium des *Owens College, Manchester* gemacht und sage ich den Hrn. Professoren Stewart und Roscoe für ihren werthvollen Rath meinen besten Dank.

---

VII. *Ueber Salpetersäureanhydrit und ein neues Hydrat der Salpetersäure;*  
*von Rudolph Weber.*

---

Es ist bisher nicht geglückt, das Anhydrit der Salpetersäure, welches bekanntlich zuerst Deville durch Einwirkung von Chlor auf trocknes Silbernitrat darstellte und welches vor einigen Jahren Odet und Vignon<sup>1)</sup> durch Reaktion von Chlorsalpetersäure auf salpetersaure Metallsalze erhielten, durch Einwirkung wasserentziehender Agentien aus dem Salpetersäurehydrate abzuscheiden, also dem Säurehydrate das Wasser zu entziehen. Bei den in dieser Absicht angestellten Versuchen wurde stets eine Zersetzung der Salpetersäure in Sauerstoff und Untersalpetersäure beobachtet, woraus bekanntlich früher geschlossen wurde, es könne die Salpetersäure ohne Hydratwasser nicht bestehen.

Die Anzahl der Mittel, auf welche bei diesen Versuchen Bedacht genommen werden kann, ist beschränkt, denn einerseits weisen alle bisher beobachteten Erscheinungen auf eine sehr intensive Affinität zwischen dem Anhydrite und dem Wasser, welche überwunden werden muß, hin, und andererseits darf das betreffende Agens mit dem abgeschiedenen Anhydrite sich nicht vereinigen.

Es ist bisher namentlich die Einwirkung der Schwefelsäure und der Phosphorsäure auf Salpetersäure untersucht worden; auch wurden, jedoch ohne den beabsichtigten Erfolg zu erzielen, Versuche über die Reaktion der Salpetersäure auf Wasser zersetzende, resp. Wasser bindende Chloride angestellt.

Die Angaben bezüglich des Verhaltens der Schwefelsäure zur Salpetersäure weichen erheblich von einander ab. Einerseits wird behauptet, die concentrirte Schwefel-

1) *Compt. rend.* T. 69, p. 1142.

säure entziehe zwar der Salpetersäure ihr Hydratwasser, aber es finde dabei zugleich eine Zersetzung der letzteren unter Entwicklung von Sauerstoff statt; andererseits wird die Destillation schwächerer Salpetersäure mit einem größeren Volumen concentrirter Schwefelsäure als eine Methode zur Bereitung der möglichst concentrirten Salpetersäure empfohlen.

Wie Kopp <sup>1)</sup> anführt, hat bereits G. F. Rouelle durch Destillation von Salpetersäure mit Schwefelsäure concentrirte Salpetersäure bereitet. Gay-Lussac <sup>2)</sup> (1816) hat auf diese Weise eine Salpetersäure mit dem Minimum des Wassergehaltes von der Dichte 1,510 erzielt. Thenard <sup>3)</sup> (1821) dagegen behauptet, es erfolge bei der Destillation des gedachten Säuregemisches unter Sauerstoffentwicklung eine Zersetzung der Salpetersäure und schließt aus dieser Beobachtung, die Schwefelsäure entziehe zwar der Salpetersäure das Hydratwasser, aber diese Säure könne im isolirten Zustande nicht bestehen, sie zerfalle, sobald sie von dem Hydratwasser getrennt werde. Die Beobachtungen von Pelouze <sup>4)</sup> dagegen bestätigen Gay-Lussac's Angaben. Er erhielt bei der Destillation eines Gemisches von Salpetersäure mit der fünffachen Menge Schwefelsäure eine Salpetersäure von 1,52 spec. Gewicht und diese Säure konnte ohne Veränderung ihrer Dichte mit Schwefelsäure destillirt werden. Er schließt hieraus, daß Schwefelsäurehydrat und concentrirte monohydratische Salpetersäure keine Reaction auf einander ausüben.

Ich habe Versuche über die Einwirkung der Schwefelsäure auf concentrirteste Salpetersäure in der Absicht angestellt, um einerseits zu ermitteln, ob es möglich ist, dem Salpetersäurehydrate durch Schwefelsäure Wasser zu entziehen und Anhydrit abzuschcheiden, und um andererseits die Bedingungen zu ermitteln, unter welchen eine so durch-

1) Kopp, Geschichte der Chemie. Bd. 3, S. 228.

2) *Ann. de Chim. et de Phys.* T. 1, p. 396.

3) *Traité de Chim.* T. 1, p. 675 (von 1821).

4) *Ann. de Chim. et de Phys.* 2<sup>e</sup> S. T. 2, p. 51.

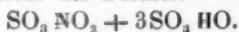
greifende Zersetzung der Salpetersäure, wie Thenard sie beschrieben, stattfindet.

Hierbei ergab sich, daß die Reaktion der englischen concentrirtesten Säure eine wesentlich andere als die des rauchenden Vitriolöls ist. Bei zweimal wiederholter, sorgfältig geleiteter Destillation eines Gemisches von stärkster, möglichst wenig gefärbter Salpetersäure mit der vierfachen Menge rectificirter englischer Schwefelsäure resultirte ein solches Quantum stärkster Salpetersäure von 1,514 spec. Gewicht, daß nicht angenommen werden kann, es wirke diese Schwefelsäure in erheblichem Maasse auf die Zersetzung der Salpetersäure hin.

Anders verhält es sich mit dem rauchenden Vitriolöle. Beim Vermischen stärkster, wenig gelb gefärbter Salpetersäure mit der vierfachen Menge Vitriolöl trat eine Erwärmung um etwa 50° C. ein. Das Gemisch entwickelte bei stärkerem Erhitzen lebhaft Sauerstoff und nitreuse Dämpfe, und es ging erst bei hoher Temperatur ein durch Wasser unter Wärmeentwicklung und Ausstofsung braun gefärbter Dünste sich zersetzendes Destillat über, welches wie die Verbindung der salpetrigen Säure mit Schwefelsäure sich verhielt.

Diese Reaktion findet ihre Erklärung in dem Verhalten der Salpetersäure zu dem in dem Vitriolöl enthaltenen Anhydrite. Dasselbe entzieht der Salpetersäure Wasser, aber es geht das Anhydrit sogleich eine Verbindung mit den Elementen der hydratischen Schwefelsäure ein und diese zerlegt sich beim Erhitzen unter Ausscheidung von Produkten, welche bei dem obigen Destillationsprozesse auftraten.

Die erwähnte Verbindung habe ich früher im reinen, krystallisirten Zustande durch Einwirkung von Schwefelsäureanhydrit auf Salpetersäure dargestellt; ihre Zusammensetzung entspricht der Formel:



Es geht aus den bisherigen Beobachtungen hervor, daß

die monohydratische Schwefelsäure der Salpetersäure das Hydratwasser nicht entzieht, daß dagegen das Schwefelsäureanhydrit das Salpetersäurehydrat zerlegt. Hierbei wird aber das Salpetersäureanhydrit nicht frei, ist durch Destillation nicht abscheidbar, weil es wieder eine Verbindung eingeht, von der es durch Erwärmen sich nicht unzersetzt trennen läßt.

Die bisher angestellten Versuche, das Salpetersäureanhydrit durch Reaktion von Phosphorsäureanhydrit aus Salpetersäure zu isoliren, hatten bekanntlich gleichfalls nicht den gewünschten Erfolg. Sie ergaben, daß zwar bei dieser Reaktion der Salpetersäure Wasser entzogen, Phosphorsäurehydrat gebildet wird, daß aber nicht Salpetersäureanhydrit, sondern dessen Zersetzungsprodukte, Sauerstoff und Untersalpetersäure, auftreten.

Ich habe gefunden, daß diese Zersetzung größtentheils vermieden werden kann, daß es möglich ist, das Salpetersäurehydrat zu entwässern und aus demselben das Anhydrit abzuscheiden. Nach dem nachstehend beschriebenen Verfahren läßt sich das Salpetersäureanhydrit ohne erhebliche Schwierigkeiten und zwar mittelst eines sehr einfachen Apparates in ansehnlichen Mengen darstellen. Das Verfahren ist folgendes:

Durch wiederholte Destillation eines Gemisches von starker Salpetersäure mit concentrirter englischer Schwefelsäure wird zunächst eine möglichst concentrirte Salpetersäure bereitet und die darin enthaltene salpetrige Säure durch gelindes Erwärmen und Einleiten trockner Luft möglichst beseitigt.

Diese Säure wird in ein durch Eis oder recht kaltes Wasser gekühltes Becherglas gebracht und sehr vorsichtig unter Umrühren mit der trocknen Phosphorsäure nach und nach vermischt. Es muß vor allen Dingen dabei beachtet werden, daß die Temperatur möglichst wenig steigt. Die Reaktion ist namentlich anfangs sehr heftig; es darf deshalb die Phosphorsäure, welche von der Salpetersäure unter heftigem Zischen aufgenommen wird, nur langsam

und in kleinen Partien zugesetzt werden. Wird diese Vorsicht versäumt, so bilden sich reichliche Mengen brauner salpetriger Dämpfe, welche im anderen Falle nur in geringerer Menge entstehen. Diese Nebenreaktion muß möglichst vermieden werden, denn es wird dadurch ein Verlust an Anhydrit herbeigeführt und es wird außerdem eine eigenthümliche, salpetrige Säure und Anhydrit enthaltende, bei gewöhnlicher Temperatur flüssige Verbindung gebildet, welche das Krystallisiren des Anhydrits erschwert und die Ausbeute schmälert. Die Heftigkeit der Reaktion vermindert sich in dem Maasse, als die Zersetzung fortschreitet. Als beendet ist der Prozeß anzusehen, wenn beim Zusatze von Phosphorsäure keine erhebliche Erwärmung mehr erfolgt, wenn in der dickflüssig gewordenen Masse Anhydrit sich unverändert erhält. Für das Gelingen der Operation ist eine ganz vollständige Zersetzung nicht unbedingt erforderlich; ein kleines Residuum von Hydrat stört die folgenden Prozesse nicht.

Die trockene Phosphorsäure enthält, selbst wenn sie sorgfältigst bereitet worden, stets etwas phosphorige Säure und ist niemals ganz frei von Wasser. Selbst beim Eintragen in die Salpetersäure zieht sie unvermeidlich etwas Wasser an. Geringe Mengen dieser Beimischungen sind hierbei nicht wesentlich nachtheilig. Am meisten stört ein Gehalt an phosphoriger Säure, weil letztere Anhydrit zersetzt und die Bildung der dem Prozesse schädlichen salpetrigen Säure vermehrt. Die durch Verbrennen von Phosphor in einem recht großen Luftquantum erzeugte trockene Säure enthält nur unerhebliche Mengen phosphoriger Säure, und diese sind hier ohne wesentlich schädlichen Einfluß. Weniger störend ist ein geringer Wassergehalt der Phosphorsäure. Ein solches Produkt reagirt weniger intensiv; von demselben ist naturgemäß ein entsprechend größeres Quantum erforderlich.

Nachdem diese erste Operation vollendet, wird der syrupdicke Inhalt des Becherglases in eine tubulirte, völlig trockene Retorte gebracht und ein möglichst eng an den



Retortenhals anschließender Kolben vorgelegt. Dann wird bei möglichst gelinder Wärme der flüchtigste Inhalt der Retorte abdestillirt, wobei die Vorlage aus später einleuchtenden Gründen nur mit kaltem Wasser, nicht mit Frostmischungen gekühlt wird.

Wenn der Inhalt der Retorte die Temperatur der Blutwärme angenommen hat, so entwickeln sich aus dem dünnflüssig gewordenen, oft stark steigenden Gemische braune Dämpfe; im Halse der Retorte erscheinen ölartige Tropfen, und zwischen dem Retorten- und Kolbenhalse entweichen nitreuse Dämpfe. Die Destillation wird so lange fortgesetzt, als diese sehr flüchtigen, zu ölartigen Tröpfchen sich condensirenden Stoffe übergehen; die zuletzt überdestillirenden Produkte bestehen vorwiegend aus hydratischer Säure.

Das Destillat besteht aus zwei mit einander nicht mischbaren, etwas verschieden gefärbten Flüssigkeiten. Um dieselben zu scheiden, gießt man sie in ein enges Reagirglas und decantirt die obere, tief orangeroth gefärbte Flüssigkeit. Sie besteht vorzugsweise aus Salpetersäure-Anhydrit, enthält etwas Hydrat und außerdem eine Verbindung von salpetriger Säure mit Anhydrit, welche, wie ich vermuthe, reicher an Anhydrit ist, als die Untersalpetersäure. Die Flüssigkeit wird zunächst mit Eiswasser erkaltet. Sie trübt sich dann und es sondert sich aus ihr eine geringe Menge einer heller gefärbten Flüssigkeit ab, von welcher sie durch nochmaliges Decantiren getrennt wird. Diese Flüssigkeit wird nun in ein dünnwandiges enges Stöpselrohr gegossen und mittelst Eis- oder einer Frostmischung erkaltet. Es überkleidet sich dann die innere Wand des Rohres mit einer festen Kruste, es entstehen gut ausgebildete, durchsichtige, zuweilen 5—6<sup>mm</sup> lange prismatische gelblich gefärbte Krystalle, welche von einer tief orangerother Mutterlauge umgeben sind. Die Krystalle sind das Anhydrit; die sie umgebende Mutterlauge ist eine sehr flüchtige, salpetrige Säure und Anhydrit enthaltende Flüssigkeit. Sie entsteht in um so größerer Menge, je mehr salpetrige Säure sich bei den Misch- und



Destillationsprozessen entwickelt. Die Krystallmasse wird bei möglichst gelinder Wärme wieder eingeschmolzen, die entstandene Flüssigkeit abgekühlt und von der wieder entstandenen Krystallmasse die abgesonderte Mutterlauge abgegossen.

Die krystallisirte Masse ist bei niederer Temperatur hart, trocken, läßt sich zerbröckeln und adhärirt wenig an der Gefäßwand. Bei 15—20° C. ist sie mehr oder weniger gelb gefärbt, in der Kältemischung erscheint sie fast farblos. Sie verflüchtigt sich äußerst leicht und aus ihren Dämpfen bilden sich an den kälteren Theilen des Rohres oft schön ausgebildete, klare prismatische Krystalle. Diese Substanz ist leicht zersetzbar; bei einer Temperatur von etwa 10° C. Luftwärme läßt sie sich ohne eine erhebliche Aenderung mehrere Tage aufbewahren. Ich habe sie für diesen Zweck in ein langes, enges, mit Glasstöpsel versehenes Rohr gebracht und dieses in ein verstöpseltes Gefäß gestellt, in welches etwas Schwefelsäure gegossen worden. Der Stöpsel des das Anhydrit einschließenden Glases wurde nur lose aufgesetzt und mit einem Platindrahte derart befestigt, daß er sich genügend lüften, aber nicht abgeworfen werden konnte.

Der Schmelzpunkt des auf diese Weise dargestellten Anhydrits liegt gleichfalls bei etwa 30°. Wenn es vollständig geschmolzen worden, so erhält es sich, selbst bei gewöhnlicher Temperatur, während längerer Zeit flüssig; die Krystallisation findet, wie in unzählig anderen Fällen, leichter statt, wenn in der geschmolzenen Masse Krystalle verblieben, oder wenn sie mit einem frisch abgebrochenen Glassplitter berührt wird. Das geschmolzene Anhydrit hat eine weit dunklere Farbe als das feste; es exhalirt braune Dämpfe und ist, wenn es geschmolzen worden, in dauernder Zersetzung begriffen. Sein Siedepunkt läßt sich nicht mit Schärfe bestimmen, weil es unter Zersetzung siedet. Schon beim Erwärmen um einige Grade über den Schmelzpunkt entweichen daraus dampfförmige Zersetzungsprodukte. Es verdunstet bei gewöhnlicher Tem-

peratur leicht und, wie schon bemerkt, erstarren seine Dämpfe zu schön ausgebildeten Krystallen. Die Dichte des festen Hydrates nähert sich dem Werthe 1,64. Dies ist nämlich die Dichte des weiter unten beschriebenen neuen Subhydrats der Salpetersäure, in welchem die Krystalle untersinken. Das geschmolzene Anhydrit ist leichter und schwimmt auf einer später beschriebenen Flüssigkeit von der Dichte 1,636. Die Ermittlung der Dichte des geschmolzenen Anhydrits durch direkte Wägung desselben in einem geschlossenen Taringläschen glückte wegen der sich entwickelnden dampfförmigen Zersetzungsprodukte nicht.

Ich habe das Verhalten des Anhydrits zu einfachen Körpern, auch zu mehreren Verbindungen untersucht und Folgendes ermittelt. Die leicht oxydirbaren Metalloide zersetzen das Anhydrit mit sehr grosser Heftigkeit; die Metalle dagegen verhalten sich zum Theil passiv und selbst einige von denen, welche das concentrirteste Monohydrat zersetzen, bleiben intact.

Der Schwefel reagirt auf das Anhydrit mit grosser Heftigkeit; es entwickeln sich braune Dämpfe und an der inneren Wand des Glases haftet ein weisses Sublimat, welches sich wie eine Verbindung von Schwefelsäureanhydrit und salpetriger Säure verhält. Wegen der Heftigkeit der Reactionen ist es rathsam, obigen Versuch nur mit kleinen Quantitäten dieser Substanzen auszuführen.

Dafs Phosphor auf das Anhydrit sehr energisch wirken würde, war vorauszusehen. Ich brachte ein Stückchen gewöhnlichen Phosphors, von der Grösse eines Nadelknopfs, in ein kleines, einige Tropfen Anhydrit enthaltendes Porzellanschälchen. In der durch Verdunstung wohl etwas erkalteten Flüssigkeit schmolz der Phosphor unter Gasentwicklung und entzündete sich nicht sogleich. Wurde dagegen eine gleiche Menge Phosphor in das vorher gelinde erwärmte Anhydrit gebracht, so fand sofort eine Entzündung statt und der Phosphor verbrannte mit grösstem Lichteffecte.

Kohle wirkt weder bei gewöhnlicher Temperatur noch auf das zum Sieden erwärmte Hydrat ein. In den Dämpfen des Anhydrits dagegen verbrennt die partiell entzündete Kohle mit blendendem Lichte wie in reinem Sauerstoff.

Die Metalle zersetzen, der Mehrzahl nach, das Anhydrit nicht; die meisten verhalten sich passiv, wie das Eisen gegen concentrirteste Salpetersäure. Kalium entzündet sich bei Berührung mit dem Anhydrite, verbrennt mit großem Glanze. Der Versuch wurde gleichfalls nur mit sehr kleinen Quantitäten von Substanz angestellt.

Natrium oxydirt sich gleichfalls unter Entzündung. Die Reaktion geht aber entschieden weniger energisch als bei der Einwirkung des Kaliums auf das Anhydrit von Statten.

Magnesium wird von dem Anhydrite nur schwach angegriffen; Aluminium verhält sich vollständig passiv.

Zink dagegen zersetzt das Anhydrit. Die Reaktion läßt nach, sobald über der Metallfläche eine Kruste sich erzeugt hat.

Kadmium verhält sich dem Zinke ähnlich.

Eisen ist gegen das Anhydrit vollständig passiv. Ein in geschmolzenes Anhydrit getauchter blanker weicher Eisendraht zeigte die bekannten Anlauffarben.

Nickel ist gleichfalls passiv.

Pulverförmiges Titan wird nicht angegriffen.

Kupfer, Blei und Zinn sind vollständig passiv; desgleichen Wismuth, Antimon, Tellur und Thallium.

Metallisches Arsenik wird dagegen von dem Anhydrite unter lebhafter Wärmeentwicklung oxydirt.

Quecksilber wird gleichfalls sofort unter Erwärmung angegriffen; es entsteht weißes Quecksilbernitrat.

Blankes Silber bleibt in dem flüssigen Anhydrite unverändert, desgleichen Palladium.

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, daß die gegen das concentrirteste Salpetersäurehydrat passiv sich verhaltenden Metalle (Eisen, Kupfer, Blei, Zinn usw.) auch von dem Anhydrite nicht angegriffen werden. Außer diesen Metallen wirken auf das Anhydrit gar nicht oder

nur wenig Thallium und Magnesium ein, welche Metalle in der monohydratischen Säure sich leicht auflösen.

Auf manche organische Verbindungen wirkt das Anhydrit mit äusserst grosser Heftigkeit, und es ist wohl zu erwarten, daß sich vermittelst desselben in vielen Fällen höhere Nitroverbindungen als durch hydratische Säure werden erzielen lassen. Von der Energie dieser Reaktion zeugt z. B. das Verhalten des Anhydrits zum Naphtalin. Ein Bruchstückchen dieser Substanz erregte bei Berührung mit dem Anhydrite eine explosionsartige Reaktion. Leuchtgas entwickelt unter heftiger Erhitzung schwere gelbe Nebel; das hierbei erzeugte Nitrobenzol ist sofort durch seinen charakteristischen Geruch zu erkennen.

Mit Wasser verbindet sich das Anhydrit, ähnlich wie das Schwefelsäureanhydrit, unter heftiger Reaktion. Es findet, wenn hierbei nicht ein grosser Ueberschuss von Wasser vorhanden ist, eine partielle Zersetzung unter Entbindung brauner Dämpfe statt.

Ich behalte mir weitere speciellere Mittheilungen über die Reaktion des Anhydrits auf einzelne Körper vor.

Die Analyse des in obiger Weise beschriebenen Anhydrits habe ich einerseits durch Ermittlung der Menge von Baryt ausgeführt, welche zur Sättigung gewogener Quantitäten desselben erforderlich ist, und andererseits habe ich nach der bekannten, von Pelouze zuerst empfohlenen Methode zur Bestimmung der Salpetersäure die Menge des an Eisenvitriol übertragbaren Sauerstoffs festgestellt.

Ich verfuhr hierbei in folgender Weise:

In einem tarirten röhrenförmigen Stöpselgläschen wurde eine Quantität, ca.  $1 - 1\frac{1}{2}$  Gramm, von möglichst reinem umkrystallisirten festen oder geschmolzenen Anhydrit abgewogen und das Rohr dann in ein mit sorgfältig eingeschliffenem Stöpsel versehenes Glas gestellt, in welches etwas Wasser gegossen worden war. Wenn das Anhydrit in diesem abgeschlossenen feuchten Raume genügend Wasser angezogen hatte, so wurde durch Neigen des ver-

geschlossenen Glases der Inhalt des Röhrchens mit dem in dem Glase befindlichen Wasser vereinigt, es wurde die saure Flüssigkeit dann in eine Porzellanschale gespült und der Säuregehalt durch Titiren mit Barytwasser festgestellt. Die Menge des in der Probestoffigkeit enthaltenen Baryts wurde durch Bestimmung der Menge des schwefelsauren Baryts ermittelt, welche ein gewisses Volumen der Flüssigkeit ergab. Ich habe das Barytwasser wegen der größeren Schärfe, mit welcher sich der Titre feststellen läßt, der gewöhnlich benutzten Titirflüssigkeit vorgezogen.

Es wurden auf diese Weise folgende Zahlenwerthe ermittelt:

Anhydrit:	Barytwasser in 100 <sup>cem</sup> 1,090 BaO enthaltend:	Salpetersäure in Procenten:
0,780	100,5	99,10
1,589	205,8	99,77
1,658	215,2	99,81

Anhydrit:	Barytwasser in 100 <sup>cem</sup> 1,122 BaO enthaltend:	Salpetersäure in Procenten:
0,914	115,6	100,27
1,219	154,2	100,28.

Bei der Ermittlung des Sauerstoffgehalts wurde das Anhydrit, wie eben beschrieben, abgewogen und mit Wasser vereinigt. Die saure Flüssigkeit wurde in einen Kolben gebracht, aus welchem vorher die Luft durch Kohlensäure verdrängt worden und welcher die Lösung einer genau gewogenen Menge aus Alkohol krystallisirten Eisenvitriols von mindestens dem 16fachen Gewichte des zum Versuche angewendeten Anhydrits enthielt. Nach Zufügung der erforderlichen Quantität reiner Schwefelsäure wurde unter Zuleitung von Kohlensäure der Inhalt des Kolbens so lange im Sieden erhalten, bis aus der Färbung der Flüssigkeit auf die Beendigung der Reaction, auf die vollständige Entfernung des Stickoxydgases geschlossen werden konnte. Die Menge des durch die Salpetersäure nicht oxydirten Eisenvitriols wurde, nachdem die Flüssigkeit in der Atmosphäre von Kohlensäure erkaltet und mit der genügenden

Menge von Wasser verdünnt worden war, durch Titriren mit Chamäleon ermittelt. Der Wirkungswerth des letzteren und des Eisenvitriols wurde in bekannter Weise festgestellt.

Es ergaben sich folgende Zahlenwerthe:

Substanz:	Uebertragener Sauerstoff in Procenten:
0,921	43,57
0,757	44,24
1,120	44,70
0,764	43,44

Die Menge des Sauerstoffs, welchen 100 Theile wasserfreie Salpetersäure der Rechnung nach an Eisenvitriol abgeben, beträgt 44,44.

Die gefundenen Werthe weichen in beiden Reihen von dem berechneten nur unerheblich ab und sprechen für die Reinheit des in der beschriebenen Weise dargestellten Anhydrits.

Aus dem Anhydrite läßt sich, wie oben erörtert worden, auf direktem Wege wieder Hydrat bilden, und dieses verhält sich, abgesehen von geringen Mengen durch Nebenreaktion entstandener salpetriger Säure, wie gewöhnliche wässrige Salpetersäure.

Durch Neutralisation dieser Flüssigkeit entstehen Salze, welche mit den gewöhnlichen Salpetersäuresalzen identisch sind; das z. B. durch Neutralisation derselben mit Baryt bereitete Salz ist von dem gewöhnlichen Barytsalpeter nicht zu unterscheiden.

Wie die vorstehend beschriebenen Versuche erweisen, kann aus dem Salpetersäurehydrate durch ein anderes Anhydrit, welches eine größere Affinität zum Wasser besitzt, das Salpetersäureanhydrit unzersetzt abgeschieden werden, und mittelst desselben läßt sich auf direktem Wege wieder Hydrat bilden.

Merkwürdig ist das Verhalten des Anhydrits zu stärkster monohydratischer Salpetersäure. Wenn dasselbe im flüssigen Zustande in concentrirteste, möglichst helle Salpetersäure gebracht wird, so vereinigen sich die Flüssigkeiten unter Erwärmung. Nachdem aber eine gewisse

Menge des Anhydrits von der Säure aufgenommen worden, bleibt dasselbe bei fernerm Zusatze ungelöst und schwimmt wie eine Oelschicht auf der entstandenen Verbindung. Das feste Anhydrit wird von dieser Säure gleichfalls gelöst; ein Ueberschuß bleibt unverändert, schmilzt bei gelindem Erwärmen und bildet dann auf der Oberfläche der gesättigten Säure eine mit ihr nicht vermischbare Schicht.

Die bei gewöhnlicher Temperatur gesättigte Auflösung der monohydratischen Säure mit Anhydrit besteht im Wesentlichen aus einem, einer einfachen Form entsprechenden neuen Hydrate der Salpetersäure, welches durch Krystallisation in reinem Zustande bereitet werden kann. Ich habe dasselbe isolirt, seine Eigenschaften und seine Zusammensetzung festgestellt.

Zur Darstellung dieses Hydrats verfährt man folgendermaßen:

In ein dünnwandiges, mit sorgfältig eingeschliffenem Stöpsel versehenes röhrenförmiges Glas wird Anhydrit, welches bei möglichst gelinder Wärme geschmolzen worden, gebracht; es wird zu demselben concentrirtestes, möglichst farbloses Salpetersäurehydrat so lange hinzugefügt, bis das auf der Oberfläche schwimmende Anhydrit verschwunden und ein geringer Ueberschuß von Hydrat vorhanden ist. Hierauf wird das Gemisch auf  $5-10^{\circ}\text{C}$ . abgekühlt. Nach einiger Zeit beginnt die Krystallisation des Hydrats. Wenn die Menge der Krystalle nicht mehr zunimmt, so hebt man das Glas aus der Kältemischung, wendet es um, und bringt es dann möglichst schnell wieder, den Stöpsel nach unten, in schräger Lage in die Kältemischung. Wenn die Mutterlauge von den Krystallen abgeflossen ist, wird das Glas aus der Kältemischung gehoben und der Stöpsel für einen Moment abgezogen. Wegen der leichten Schmelzbarkeit der Krystalle muß die Operation rasch erfolgen. Um das krystallisirte Hydrat möglichst rein darzustellen, läßt man es schmelzen und wiederholt den eben beschriebenen Prozeß.

Ich habe die krystallisirte Verbindung auf diesem Wege



wiederholt dargestellt, habe die jedesmal erhaltenen Produkte analysirt und unter einander übereinstimmende Zahlenwerthe erhalten, welche zu einer einfachen Formel führen. Die Untersuchung wurde im Wesentlichen wie die des Anhydrits ausgeführt. Es wurde die in einem tarirten Glase abgewogene Substanz, nachdem sie in einem abgeschlossenen Raume Wasser angezogen, mit Wasser vereinigt und der Säuregehalt derselben durch Titrirung mit Barytwasser ermittelt.

Bei diesen Bestimmungen wurden folgende Werthe erhalten:

Substanz:	Barytwasser in 100 <sup>cem</sup> 1,090 BaO enthaltend:	Salpetersäure in Procenten:
1,029	123,6	92,38
1,452	172,0	91,10

Substanz:	Barytwasser in 100 <sup>cem</sup> 1,1222 BaO enthaltend:	Salpetersäure in Procenten:
1,110	129,0	92,11
1,223	142,4	92,27
1,330	154,5	92,10
1,556	181,5	92,41
1,637	191,5	92,74

Diese Zahlenwerthe führen zu der Formel



Nach der Rechnung besteht eine nach dieser Formel zusammengesetzte Verbindung aus

92,31 Salpetersäure
7,69 Wasser
<hr/> 100,00.

Für diese Verbindung schlage ich die Bezeichnung *Salpetersäuresubhydrat* vor; es enthält, wie das niedrigste Hydrat der Schwefelsäure, halb so viel Wasser als das Monohydrat.

Dieses Subhydrat hat folgende Eigenschaften.

Es ist bei gewöhnlicher Temperatur flüssig, aber weniger liquide als das erste Hydrat. Ich konnte es bisjetzt

nur, wie die gewöhnliche starke Salpetersäure, gelb gefärbt erhalten. An der Luft raucht es und erhitzt sich stark beim Vermischen mit Wasser. Wird es in einer Retorte gelinde erwärmt, so dunstet daraus neben hydratischer Säure Anhydrit ab; die dabei übergehende Flüssigkeit besteht aus zwei getrennten Schichten, wie das Destillat, welches beim Erwärmen des Gemisches von Salpetersäure mit Phosphorsäureanhydrit entsteht. Die obere Schicht enthält wieder das Anhydrit. Es ist demnach nicht unzersetzt flüchtig, verhält sich ähnlich wie das Schwefelsäuresubhydrat. Sein Siedepunkt läßt sich daher nicht mit Sicherheit ermitteln. Es wird bei etwa  $-5^{\circ}$  fest, krystallisirt dann. Seine Dichte beträgt bei  $18^{\circ}\text{C}$ . 1,642. Es ist dichter als das Anhydrit, dichter als irgend eine bis jetzt dargestellte Verbindung von Salpetersäure und Wasser. Bei der Lufttemperatur ( $15-20^{\circ}\text{C}$ .) zersetzt es sich langsam und verhält sich in dieser Beziehung wie Anhydrit. Sehr bedenklich ist es, dasselbe in fest verschlossenen oder gar in zugeschmolzenen Röhren aufzubewahren; ich kann hiervor nur dringend warnen, denn mir explodirte ein Rohr unter den Händen, in welchem eine Quantität von mehreren Grammen dieser Flüssigkeit einige Tage vorher eingeschmolzen worden war.

Gegen oxydirbare Körper verhält es sich im Wesentlichen wie das Anhydrit.

Es reagirt äußerst energisch auf unorganische und organische Stoffe und ist unzweifelhaft ein äußerst energisches Mittel zur Herstellung von Nitroverbindungen.

Das Subhydrat entsteht als Nebenprodukt bei der Darstellung des Anhydrits nach dem oben beschriebenen Prozesse und ist ein wesentlicher Bestandtheil der unteren schweren Flüssigkeitsschicht, welche bei der Destillation des Salpetersäurehydrats mit Phosphorsäureanhydrit übergeht. Aus dieser, noch reichliche Mengen von salpetriger Säure enthaltenden Flüssigkeit, deren Dichte zu 1,636 gefunden wurde, scheiden sich beim Erkalten auf  $-5-10^{\circ}\text{C}$ . Krystalle des Subhydrats aus, welche durch nochmalige

Krystallisation gereinigt werden können. Die in der vorstehenden Zusammenstellung zuletzt angeführten zwei Zahlenreihen beziehen sich auf ein Präparat, welches aus dieser als Nebenprodukt erhaltenen Flüssigkeit in der beschriebenen Weise dargestellt worden ist.

---

VIII. *Ueber das Verhalten einiger Alkaloide gegen Zucker und Schwefelsäure; von R. Schneider.*

---

Bekanntlich hat Schultze <sup>1)</sup> schon vor langer Zeit nachgewiesen, daß die sogenannten Proteinstoffe bei der Berührung mit Zucker und Schwefelsäure schön violettroth gefärbt werden. Die pflanzlichen Proteinstoffe verhalten sich hinsichtlich dieser Reaction genau wie die thierischen.

Von anderen dem Pflanzenreiche entstammenden Stoffen zeigen nach Schultze's Beobachtungen die fetten Oele, so namentlich Mandelöl, Olivenöl, Mohnöl, Rübol und Hanföl, gegen Zucker und Schwefelsäure ein den Proteinstoffen ganz ähnliches Verhalten. Außer diesen genannten sind meines Wissens bis jetzt keine Stoffe vegetabilischen Ursprungs bekannt, die bei der Behandlung mit Zucker und Schwefelsäure charakteristische Farbenercheinungen darbieten.

Ich habe nun kürzlich bei Versuchen, die für den Zweck einer Vorlesung über forensische Analyse angestellt wurden, beobachtet, daß auch Morphin sich bei der Berührung mit Zucker und Schwefelsäure in sehr charakteristischer Weise und zwar prachtvoll purpurroth färbt. Diese Beobachtung hat mich veranlaßt, alle wichtigeren Alkaloide — mit Ausnahme derjenigen, die wie Papaverin,

1) Annal. Chem. u. Pharm. 71. 266.

Solanin und Veratrin schon durch Schwefelsäure allein intensiv gefärbt werden — auf ihr Verhalten gegen Zucker und Schwefelsäure zu untersuchen. Die Ergebnisse dieser Untersuchung finden sich im Folgenden kurz zusammengestellt.

**Morphin.** Bringt man zu einem auf eine Porcellanplatte aufgetragenen Tropfen concentrirter reiner Schwefelsäure eine kleine Quantität (einige Milligramme) eines aus 1 Theil Morphin (oder einem Morphinsalz) und 6 bis 8 Theilen Zuckerpulver bereiteten innigen Gemenges, so färbt sich dieses sofort schön purpurroth. Die Farbe, deren Intensität so groß ist, daß von einer Bräunung des Zuckers gar nichts bemerkt wird, hält sich einige Zeit (je nach der Menge der angewandten Substanz  $\frac{1}{4}$  bis  $\frac{1}{2}$  Stunde) unverändert; allmählich geht das Purpurroth in Blauviolett, dann in schmutzig Blaugrün über, schließlich erscheint die Flüssigkeit schmutzig gelb. Diese Farbenveränderungen sind die Folge der Anziehung von Feuchtigkeit durch die Schwefelsäure, denn fügt man der purpurrothen Substanz eine Spur Wasser hinzu, so treten schnell die eben erwähnten Farbenntiancen in derselben Reihenfolge auf.

Aber auch Gemenge, die neben sehr wenig Morphin verhältnißmäßig viel Zucker enthalten, werden durch Schwefelsäure noch deutlich roth gefärbt. Wie scharf die Reaction ist und wie kleine Mengen Morphin sich vermittelst derselben noch nachweisen lassen, ergibt sich aus folgenden Beispielen.

- 1) 1 Milligramm von einem Pulver, das aus 0,06 Grm. salzsaurem Morphin und 0,401 Grm. Zucker bestand, nahm bei der Behandlung mit einem Tropfen concentrirter Schwefelsäure eine schön purpurrothe Farbe an, die sich eine halbe Stunde lang bei voller Intensität erhielt. Die in der angewandten Substanz enthaltene Morphinmenge betrug sehr nahe 0,0001 Grm.
- 2) Von einem innigen Gemenge, aus 0,001 Grm. Morphin und 0,099 Grm. Zucker bestehend, gab 1 Mil-

ligramm — worin 0,00001 Grm. Morphin — noch eine vollkommen deutliche Reaction; doch ging die Farbe schon nach etwa 10 Minuten in ein unansehnliches Blauviolett über.

Kommt es darauf an, in verdünnten Lösungen von Morphinsalzen die Base nachzuweisen, so ist es am Besten, in ein Tröpfchen der Lösung soviel Zuckerpulver einzutragen, als sich darin zu lösen vermag, darauf dicht neben die Probe ein Tröpfchen conc. Schwefelsäure zu bringen und durch Neigen des Gefäßes zu bewirken, daß beide Flüssigkeiten sich an den Rändern berühren. Sehr bald zeigt sich an der Berührungsgränze eine schön rosenrothe Zone, je nach der Menge des vorhandenen Morphins von hellerem oder tieferem Farbenton.

Nach dem hier Mitgetheilten dürfte es kaum zweifelhaft seyn, daß die in Rede stehende Reaction zur Nachweisung des Morphins auch in forensischen Fällen mit Vortheil benutzt werden kann.

*Codein.* Das Codein verhält sich gegen Zucker und Schwefelsäure dem Morphin ähnlich, doch findet insofern ein Unterschied statt, als die Reaction bei Codein am deutlichsten dann auftritt, wenn die Schwefelsäure nicht die höchste Concentration besitzt oder wenn überhaupt wenig Wasser zugegen ist. In größter Deutlichkeit und Schönheit sieht man die Reaction eintreten, wenn man ein Körnchen Codein auf einem Uhrglas mit ein paar Tropfen mäßig concentrirter Zuckerlösung übergießt und dann einige Tropfen Schwefelsäure zufügt: das Codeinkrystallchen umgiebt sich alsbald mit einer prächtig purpurrothen Zone, die sich allmählich in der Flüssigkeit ausbreitet. Erst nach etwa einer halben Stunde nimmt die Intensität der Farbe etwas ab; diese geht zunächst in ein schmutziges Blauviolett und schließlich in gelblich Braun über.

Nicht minder schön als nach dem eben angegebenen Verfahren wird die Reaction dann erhalten, wenn man ein Krystallchen von Codein, das kaum 1 Milligramm zu betragen braucht, in einem Tropfen conc. Schwefelsäure

möglichst fein vertheilt und dann einen Tropfen einer conc. Zuckerlösung so zugiebt, daß sie von der Seite in die Schwefelsäure eindringt: alsbald erscheint die Gränze der Zuckerlösung von einer rosenrothen Zone umsäumt.

Es ist meine Ansicht, daß die hier besprochene Reaction vor den sonst üblichen Methoden zur Nachweisung des Codeïns den Vorzug größerer Schärfe voraus hat. Eine Verwechslung mit Morphin erscheint ausgeschlossen, da das Codeïn aus alkalischer Lösung leicht auf Chloroform übertragen wird, was bekanntlich beim Morphin nicht der Fall ist.

Die übrigen Opiumbasen, so namentlich *Narcotin* und *Narceïn*, zeigen, mit Zucker und Schwefelsäure behandelt, kein charakteristisches Verhalten. *Narcotin* bedingt mahonibraune, an einzelnen Stellen röthlichbraune Färbung; *Narceïn* mit Zucker oder conc. Zuckerlösung gemengt, giebt auf Zusatz von conc. Schwefelsäure eine schmutzig grünbraune Masse.

Die sämmtlichen *Chinabasen* bieten gleichfalls bei der Behandlung mit Zucker und Schwefelsäure bemerkenswerthe Erscheinungen nicht dar. Läßt man die Schwefelsäure im höchst concentrirten Zustande auf trockne Gemenge einer Chinabase mit Zucker einwirken, so tritt Bräunung ein, wie wenn reiner Zucker vorhanden wäre. In mäßig concentrirten wässrigen Zuckerlösungen, die eine Chinabase oder das Salz einer solchen enthalten, bringt Schwefelsäure gar keine besondere Färbung hervor, nur zeigt sich bei Chinin die Erscheinung der Fluorescenz mit größter Deutlichkeit.

Auch *Strychnin* und *Brucin* zeigen nichts Charakteristisches.

Dasselbe gilt von *Atropin*, *Colchicin*, *Emetin* und *Pikrotoxin*.

*Aconitin* dagegen verhält sich eigenthümlich. Wird nämlich eine geringe Menge desselben (etwa 1 Milligramm.) in einem Tropfen mäßig concentrirter Zuckerlösung vertheilt und dann ein Tröpfchen concentrirte Schwefelsäure

eingbracht, so zeigt sich an der Gränze zwischen Zuckerlösung und Schwefelsäure eine schön rosenrothe Zone, deren Farbe indeß ziemlich schnell in schmutzig Violett und Braun übergeht.

Dies Verhalten ist höchst charakteristisch und es dürfte um so mehr Beachtung verdienen, als die zur Nachweisung des Aconitins bisher vorgeschlagenen chemischen Reactionen nicht eben zu den schärfsten und zuverlässigsten gehören.

Allerdings hat das Verhalten des Aconitins gegen Zucker und Schwefelsäure eine gewisse Aehnlichkeit mit dem des Morphins, noch mehr mit dem des Codeïns, doch ist eine Verwechselung mit diesen beiden Stoffen nicht wohl möglich. Bedient man sich nämlich zur Abscheidung der Basen des Verfahrens von Dragendorff, so gehen nur Aconitin und Codeïn — nicht Morphin — aus alkalischer Lösung auf Benzol über; Aconitin und Codeïn aber können sehr gut von einander getrennt und unterschieden werden, da das erstere in Wasser fast unlöslich ist, während Codeïn sich besonders in heißem Wasser leicht auflöst.

**Delphinin.** Auch das Delphinin verhält sich unter gewissen Bedingungen charakteristisch gegen Zucker und Schwefelsäure. Zerreibt man auf weißer Porcellanplatte ein Körnchen Delphinin in einem Tropfen concentrirter Zuckerlösung und läßt dann mitten in die Zuckerlösung ein Tröpfchen conc. Schwefelsäure fallen, so entsteht ein anfangs gelber, bald gelbbraun werdender Fleck, der sich allmählich mit einem schmutzig grünen Saum umkleidet. Läßt man nun, wenn diese Erscheinungen eingetreten sind, da wo die Schwefelsäure eingetragen wurde, ein Tröpfchen Wasser einfallen, so färbt sich der bis dahin bräunliche Fleck prachtvoll grün.

Diese Grünfärbung, wennschon sie von nur kurzem Bestand ist (sie geht ziemlich schnell in schmutzig Grün, dann in Braun über), ist in hohem Maasse bezeichnend für das Delphinin und sie gestattet die sichere Nach-



weisung dieser Basis, für die es bisher an einer scharfen Reaction fehlte.

*Chelerythrin.* Chelerythrin in kleiner Menge in etwas concentrirter Zuckerlösung vertheilt, giebt auf Zusatz von conc. Schwefelsäure eine wenig charakteristische und wenig beständige schmutzig blauviolette Färbung, nicht unähnlich derjenigen, die bei der Behandlung des Colchicins mit conc. Salpetersäure auftritt.

*Chelidonin.* Weit charakteristischer als Chelerythrin verhält sich Chelidonin. Vertheilt man ein Körnchen dieses Alkaloides durch Zerreiben in einem Tropfen concentrirter Zuckerlösung und giebt man von der Seite einen Tropfen conc. Schwefelsäure zu, so erscheint da, wo Zuckerlösung und Schwefelsäure ineinander übertreten, eine schön rothviolette Färbung. Bei Anwesenheit von etwas mehr Chelidonin ist die Farbe anfangs prachtvoll blauviolett und die Erscheinungen sind dann ziemlich ähnlich denen, die bei der Behandlung des Strychnins mit conc. Schwefelsäure und zweifach-chromsaurem Kali auftreten.

Bringt man umgekehrt zu Chelidonin, das in einem Tropfen conc. Schwefelsäure vertheilt ist, conc. Zuckerlösung, so beobachtet man nur eine wenig charakteristische Bräunung. Daraus folgt, daß ein größerer Ueberschuß von Schwefelsäure dem Eintreten der charakteristischen Rothfärbung hinderlich ist.

---

**IX. Untersuchung der Gase aus dem Meteoreisen  
von Augusta County in Virginien;  
von J. W. Mallet, Dr. Phil. et Med.,**

Prof. der analytischen und angewandten Chemie an der Universität von Virginien.

(*Proceed. of the Roy. Soc. Vol. XX, p. 365.*)

Graham's Untersuchung der Gase, welche das Meteoreisen von Lenarto in Ungarn bei Erhitzung in einem durch die Sprengel'sche Pumpe <sup>1)</sup> hervorgebrachten Vacuum ausgiebt, hat zur Zeit ihrer Veröffentlichung viel Interesse erregt <sup>2)</sup>, scheint aber bis jetzt keine ähnliche Untersuchung anderer Meteoriten zur Folge gehabt zu haben. Ich benutzte Stücke des vor etwa drei Jahren in Augusta County gefundenen Eisens, dessen Beschreibung und Analyse ich im *American Journal of Science*, Juli 1872 gegeben habe, um den Graham'schen Versuch zu wiederholen und auszumitteln, ob dabei ähnliche Resultate erhalten werden würden. Ein großer Theil der Arbeit des Ausziehens und Zerlegen der in diesem Eisen enthaltenen Gase wurde von zwei Studenten in meinem Laboratorium, Hrn. F. P. Dunnington von Baltimore, und Hrn. J. B. Adger aus Südcarolina ausgeführt, denen ich für ihre Hülfsleistung verpflichtet bin.

Es wurden zwei vorläufige Versuche gemacht; der eine mit Spänen, die mittelst einer Hobelmaschine abgeschnitten waren, und der andere mit einem soliden Stück des Metalls, dessen Oberflächen geebnet und von aller Rinde oder Schuppen befreit wurden. Die Späne wurden der von Graham angewandten Reinigung unterworfen, nämlich erstlich mit heißer Kalilauge und dann mit destillirtem Wasser gewaschen und darauf wohl getrocknet. Das solide Stück Eisen wurde nicht so behandelt, da beim Ab-

1) Ann. Bd. 129, S. 564. P.

2) *Proceed. Roy. Soc. Vol. XV, p. 502* (Ann. Bd. 131, S. 151).

schneiden desselben das Werkzeug sorgfältig kein Oel erhalten hatte. Beide Proben gaben beim Erhitzen in einem Sprengel'schen Vacuum mit Leichtigkeit Gas aus, dessen Menge in Bezug auf das Volum des Eisens grösser war als bei dem Versuche Graham's; und die Analyse zeigte, daß die von ihm gefundenen Gase auch hier vorhanden waren, außerdem auch Kohlensäure (*Carbonic anhydride*) in nicht unbedeutender Menge.

Der Hauptversuch wurde mit großer Sorgfalt und mit aller erdenklichen Vorsicht zur Vermeidung von Fehlern folgendermaßen angestellt.

Von der größten der drei Massen (die in dem erwähnten Aufsatz mit No. 1 bezeichnet ist <sup>1)</sup>) wurde ein Parallelepipedum auf der sorgfältig von allem Fett befreiten Hobelmaschine abgeschnitten.

Nicht allein, daß das Schneidewerkzeug im Schmiedefeuer rothglühend gemacht, dann in reinem Wasser gehärtet, angelassen und mit Vermeidung jeden Fetts geschliffen worden, wurde auch jeder Theil der Maschine, von welchem eine Gefahr zu befürchten war, sorgfältig gereinigt, und das ganze Eisen, ausgenommen das wirklich abgeschnittene, mit Papier bekleidet. Das Eisenstück maß etwa 75 Mllm. in Länge, 16 Mllm. in Breite und 12 Mllm. in Dicke. Es wurde von dem solidesten Theil der Masse abgeschnitten, war ganz glänzend auf der Oberfläche, und frei von Kruste, obgleich Spuren von sehr

1) Deren gewöhnliche Analyse folgende Resultate gab:

Eisen . . . . .	88,706
Nickel . . . . .	10,163
Kupfer . . . . .	0,396
Zinn . . . . .	0,002
Mangan . . . . .	Spur
Phosphor . . . . .	0,341
Schwefel . . . . .	0,019
Chlor . . . . .	0,003
Kohle . . . . .	0,172
Kieselerde . . . . .	0,067
	<hr/> 99,872

kleinen Rissen oder Sprüngen deutlich an dem einen Ende sichtbar waren. Das Stück wog 124,589 Grm., und da das spec. Gewicht des Eisens zu 7,853 gefunden ward, hatte es ein Volum von 15,87 CC. Durch die Löcher in den gegenüberstehenden Wänden eines kleinen gut ziehenden Ofens von feuerfestem Thon wurde eine neue und ganz saubere Porzellanröhre mit unverletzter Glasur gesteckt, das Brennmaterial war Holzkohle in Stücken etwas gröfser als eine Wallnufs. Die Sprengel'sche Pumpe hatte eine Fallröhre von 1,34 Met. Länge. Ihre Verbindungen mit dem ringförmigen, mit Glycerin gefüllten Raum zwischen den Röhren wurden sehr sorgfältig gemacht und äufserlich durch Hüllen von Kautschuck geschützt. Eine Glasplatte, die auf dem Quecksilber in dem oberen Trichter schwamm, diente dazu die Gefahr, daß Luft mit hinabgeführt würde, zu verhüten, da das Metall langsam durch einen anderen und kleineren Trichter mit enger Oeffnung aufgegossen wurde.

Nachdem ein gutes Vacuum in der Kälte erhalten worden, wurde brennende Holzkohle in den Ofen gebracht, worauf das Gas alsbald zum Vorschein kam.

Es wurde beschlossen, die zu Anfange, in der Mitte und am Ende des Processes entweichenden Gase gesondert aufzufangen, und zu sehen, ob die Bestandtheile des Gases in gleichen oder verschiedenen Verhältnissen ausgegeben würden. Der erhaltene Gesamtbetrag war 36,33 CC., reducirt auf 0° C. und 1 Meter Druck. Dieser wurde behufs der Analyse folgendermafsen in drei Portionen getheilt:

Portion A . .	52,02	Proc. des Ganzen, gesammelt in	2 <sup>h</sup> 30'
" B . .	24,11	"   "   "   "   "   "	2 20
" C . .	23,87	"   "   "   "   "   "	9 40
	100,00		14 30

Wie man sieht, entwich der gröfsere Theil in den ersten drittelhalb Stunden, während der Prozeß *vierzehn und eine halbe Stunde* dauerte und dann noch nicht beendet war. Die Hitze wurde allmählich gesteigert von dunkler

Rothgluth bis zuletzt zur anfangenden Weißgluth. Am Schluß des Versuchs erschienen noch sehr kleine, doch wahrnehmbare Spuren von Gas, die indeß sogleich verschwanden, sowie man die Temperatur auch nur wenig sinken ließ.

Als das Eisenstück nach dem vollständigen Erkalten aus der Röhre genommen wurde, war es überzogen mit einer dünnen geschmolzenen Haut von Eisen- und Nickelphosphid (Schreibersit), die am unteren Rande am dicksten war und bei der höchsten Temperatur von der Masse ausgesickert war.

Die Röhren, welche während der ersten Periode des Versuchs zur Auffangung des Gases gedient hatten, waren inwendig etwas feucht, und die Feuchtigkeit, die deutlich sauer reagirte, enthielt Chlorwasserstoffsäure, entsprungen ohne Zweifel aus dem Chlor, welches die Masse verbunden mit Eisen und Nickel enthielt.

Sorgfältige Analysen der drei gesondert aufgefangenen Gasportionen lieferten dem Volumen nach folgende Resultate; die vierte Zahlencolumne, erhalten durch Summirung der drei ersten, giebt in Procenten die Zusammensetzung der gesammten aus dem Eisen gewonnenen Gase.

	Portion A	Portion B	Portion C	Gesamtgas
Wasserstoff	22,12	10,52	3,19	35,83
Kohlenoxyd	15,99	11,12	11,22	38,33
Kohlensäure <sup>1)</sup>	7,85	1,02	0,88	9,75
Stickstoff	6,06	1,45	8,58	14,09
	<hr/> 52,02	<hr/> 24,11	<hr/> 23,87	<hr/> 100,00.

Es wurde nach anderen Gasen gesucht, aber es waren keine zu finden, weder freier Sauerstoff, noch irgend eine Verbindung von Kohlenwasserstoff.

Aus obigen Zahlen erhellt, daß in den Portionen A und B der Wasserstoff ungefähr in gleichem Verhältniß zu den übrigen Gasen steht, daß er aber in C sehr abnimmt, daß das Kohlenoxyd in B sehr zunimmt, verglichen mit A, aber

1) Carbonic anhydride.

in *C* ungefähr gleich bleibt, daß die Kohlensäure im ganzen Verlauf des Versuchs fortwährend abnimmt, und daß der Stickstoff in *B* abnimmt, verglichen mit *A*, aber in *C* wiederum steigt.

Vergleicht man diese Versuche mit denen von Graham und betrachtet zunächst das Gesamtvolum der aus dem Eisen erhaltenen Gase, so wird nöthig das Volum auf den von Jenem angewandten Stand des Drucks und der Temperatur zu reduciren. Indem vor der *Royal Society* gelesenen Aufsatz, wie er in den *Proceedings* gegeben wird, finde ich keine Angabe über diese Größen; aber angenommen, wie wahrscheinlich, daß sie auf einen Barometerstand von 30 Zoll und einen Thermometerstand von 60° F. bezogen sind, habe ich das Gasvolum, welches unter diesen Bedingungen von Druck und Temperatur im Ganzen aus 15,87 CC. Eisen erhalten wurde, zu 50,40 CC. berechnet, d. h. zum 3,17fachen des Metallvolums. Dies ist eine etwas größere Menge als Graham beim Lenarto-Eisen fand, nämlich das 2,85; allein bei dem oben beschriebenen Versuch war die Dauer länger und die erreichte Temperatur wahrscheinlich höher.

	Lenarto-Eisen.	Virginia-Eisen.
Wasserstoff	85,68	35,83
Kohlenoxyd	4,46	38,33
Kohlensäure		9,75
Stickstoff	9,86	16,09
	<hr/> 100,00	<hr/> 100,00

Mehr stimmen die in meinem Versuch erhaltenen Gas-mengen mit denen überein, welche Graham aus gewöhnlichem Schmiedeeisen (Hufeisennägel bei der ersten Auf-fangung erhielt <sup>1)</sup>).

Wasserstoff	35,0
Kohlenoxyd	50,3
Kohlensäure	7,7
Stickstoff	7,0
	<hr/> 100,0.

1) *Proceed. Vol. XV, p. 502* (Ann. Bd. 131. S. 151).

Der von ihm gezogene Schluß, „daß das Vorwalten des Kohlenoxydes in den eingeschlossenen Gasen den tellurischen Ursprung eines Eisens bezeuget“, wird nicht von der Virginiamasse bestätigt, die doch nach allen ihren physikalischen und chemischen Kennzeichen mit Recht zu den Meteoriten gezählt werden muß.

Zu bemerken ist, daß die Analyse der Gase aus dem Lenarto-Eisen nicht mit der gesammten Menge, die aufgefangen worden, angestellt wurde. Die erste Portion, etwa 32,5 Proc. des Aufgefangenen, wurde nur zu einer qualitativen Untersuchung benutzt; die zweite Portion, 57,6 Proc., ward vollständig analysirt, während der rückständigen dritten Portion von 9,9 Proc. nicht weiter Erwähnung geschieht. Es wird nur gesagt, daß das Eisen nach Ablauf von 2 Std. und 35 Min., der Dauer des Versuchs, nicht völlig erschöpft gewesen sey. Es ist wahrscheinlich, daß bei meinem Versuch der Betrag des Wasserstoffs (und damit auch das gesammte Volum des Gases) etwas verringert wurde durch die Verbindung mit dem Chlor der Chloride, um die kleine Menge von Chlorwasserstoffsäure zu bilden, die in dem schwachen Beschlag von Feuchtigkeiten an der Innenwand der ersten Röhren beobachtet wurde; vermuthlich ist auch diese Feuchtigkeit selbst erzeugt worden durch die partielle Reduction der Kohlensäure durch Wasserstoff und Kohlenoxyd. Obwohl man annehmen könnte, besonders wegen der starken Tendenz des Eisens zur Aufnahme und „Einschließung“ von Kohlenoxyd, daß dieses Gas die ursprüngliche Form gewesen sey, in welcher die erhaltenen gasigen Kohlenverbindungen im Eisen vorhanden waren, und daß es bei der Temperatur des Experiments zerlegt wurde in Kohle (die mit dem Eisen vereinigt blieb) und Kohlensäure (welche als Gas entwich); so scheint es doch, wegen der steten Abnahme der Quantität dieses Gases bei fortschreitendem Versuch und steigender Temperatur und wegen der leichten Zersetzung desselben bei Berührung mit glühendem Eisen, wahrscheinlicher, daß von der Kohle ursprünglich



im Eisen in diesem höheren Oxydationszustand ein grösserer Betrag existirte, als aus den Zahlen der Analyse hervorleuchtet. Wie wohl die relative Menge des Wasserstoffs im Virginia-Eisen viel geringer gefunden ist als in dem von Lenarto, so repräsentirt er doch etwa das 1,4 fache des Eisenvolums, wogegen das gemeine terrestrische Eisen unter gewöhnlichem Druck nur 0,42 bis 0,46 seines Volums einschließt.

Der Zustand, in welchem die Eisenmassen in meine Hände gelangten, und besonders die Beschaffenheit ihrer Kruste, hat mich überzeugt, daß sie seit ihrer Auffindung nicht in einem Schmiedefeuer gewesen oder anderweitig bearbeitet worden sind, wie das wohl mit ähnlichen Meteoriten geschehen ist, um entweder ihre Natur zu ermitteln, oder einen Gebrauch von ihnen zu machen.

Mag nun diese Analyse als Wahrscheinlichkeitsbeweis angesehen werden oder auch nicht, daß das Virginia-Eisen aus einer anderen Atmosphäre als die, von welcher der Lenarto-Meteorit ein Beispiel gab <sup>1)</sup>, auf unsere Erde herabgekommen sey, so weichen doch die Resultate bei letzterem so weit von den unsrigen ab, daß sie es zu einem Gegenstand von vielem Interesse machen, eine größere Anzahl meteorischer Eisenmassen von verschiedenen Fundorten sorgfältig auf ihre gasigen Bestandtheile zu untersuchen.

- 1) Einige der Beobachtungen von Secchi und Huggins scheinen es wahrscheinlich zu machen, daß der Kohlenstoff in gewissen Regionen des Universums eine wichtige Rolle spiele, obgleich die Resultate in dieser Beziehung nicht so vollständig oder genügend sind wie hinsichtlich derer des Wasserstoffs.

**X. Beiträge zur Mikromineralogie;  
von Dr. v. Lasaulx.**

II. Metamorphische Erscheinungen.

**W**ohl nicht mit Unrecht ist verschiedentlich darauf hingewiesen worden, daß die mikroskopische Untersuchung der sog. metamorphischen Gesteine vielleicht manche für die Genesis dieser in vielen Fällen noch unerklärten Bildungen werthvolle Einzelheiten ergeben möge. Die Beobachtung von Dünnschliffen krystallinischer eruptiver Gesteine (Granite, Trachyte, Dolerite u. A.) hat gezeigt, wie deutlich sich die Anfänge und ersten Spuren beginnender Mineralzersetzung wahrnehmen lassen. So ist man denn auch bei der Untersuchung der sog. metamorphischen Gesteine, die das Resultat eingreifender, das ganze Gestein in seinen einzelnen Mineralbestandtheilen erfassenden Umwandlungs- und Zersetzungsprocesse seyn sollen, berechtigt, die Spuren solcher Vorgänge zu suchen und zu finden. Es hat denn auch schon Sorby einige Glimmerschiefer untersucht und daraus die Ansicht gewonnen, daß dieselben durch einen wäßrigen Zersetzungs- und Krystallisationsproceß bei hoher Temperatur aus Thonschiefer umgebildet wurden; an einer andern Stelle zeigt er, wie magnesiahaltiger Kalkstein durch Metamorphose umgebildet worden. Seine Ansichten stützen sich im Wesentlichen auf die Spuren mechanischer Vorgänge, die ihm seine Untersuchungen boten; die Erscheinungen des *ripple drift* sind ihm die Anzeigen der Umbildung aus ursprünglich sedimentären Gesteinen<sup>1)</sup>. Ein größeres Gewicht aber als auf solche Structurverhältnisse, scheint auf das sorgfältige Studium der Mineralassociationsverhältnisse und der Zersetzungserscheinungen gelegt werden zu dürfen. Die petrographischen Eigenthümlichkeiten der

1) Sorby: *Edinb. new Phil. J.* 1853. Vol. V, 137 und *Quarterly Journ. of the geol. Soc.* IX, 344. 1853 und 1863. Sitzung vom 22. April.

metamorphischen Gesteine, wie sie in Dünnschliffen sich bieten, müssen in allen Details durchforscht und erkannt werden. Die Untersuchung der Thon- und Dachschiefer durch Zirkel<sup>1)</sup>, dem wir so vieles Treffliche auf diesem Gebiete verdanken, hat auf diesem Wege schon interessante Einzelheiten zu Tage gefördert, wenngleich dadurch eine genetische Entscheidung kaum näher gerückt scheint. Allseitigere, eingehendere Studien in der gleichen Richtung erscheinen daher geboten. Schon seit längerer Zeit habe ich durch Herstellung einer gröfseren Zahl von Schliffen solcher Gesteine, die man entweder übereinstimmend als metamorph bezeichnet oder die von manchen wenigstens dafür gehalten werden, solche Studien vorbereitet. Bei der grofsen Schwierigkeit, die die Herstellung von Dünnschliffen gerade dieser Gesteine bietet, kann das verarbeitete Material nur einen kleinen Theil der grofsen Menge einschlagender Gesteine umfassen. Der Zukunft und dem nachfolgenden Eifer anderer Forscher mufs die Ergänzung des fehlenden anheimgestellt werden. In Betreff der Herstellung von Dünnschliffen solcher schiefrigen oft wenig zusammenhaltenden und weichen Gesteine möchte ich eine Bemerkung vorausschicken. Es ist natürlich, dafs man dabei wesentlich auf die Anwendung eines feinen Schleifmaterials Bedacht nehmen mufs. Wenn der Schliff unter Anwendung der gewöhnlichen, feinkörnigen Smirgelsteine bis zu der Dünne gerathen ist, dafs die Gefahr des Zerreißens nahe ist — die Erfahrung allein kann diesen Moment erkennen lassen — schleife ich ohne jeden Smirgel weiter und bediene mich dann einer viereckigen Platte aus mexikanischem, dichtem und vollkommen homogenem Wetzschiefer, wie er auch zu Messerschleifsteinen verwendet wird, und so viel ich weifs, unter der Bezeichnung amerikanischer Jade allgemein zu haben ist. Manche Schliffe sehr weicher Gesteine führe ich durchaus auf diesem Schleifsteine aus. Bei Anwendung dieses sehr gleichmäfsigen und ebenen der Härte

1) Diese Annalen CXIX, 288.

nach  
recht  
Schie  
E  
zufüh  
jenige  
sten  
metar  
schlie  
tenem  
P  
(Auv  
im G  
körni  
rothe  
körni  
verei  
Auch  
von  
fsen  
Gest  
I  
Orth  
reich  
hobe  
men  
wach  
wan  
sirte  
kenn  
spat  
sirte  
deut  
kom  
Körp  
1) A  
i

nach durchaus passenden Steines gelingt es dann leichter, recht dünne Schlitze auch von talkigen und chloritischen Schiefergesteinen zu erhalten <sup>1)</sup>).

Es erschien mir passend in der Reihenfolge der aufzuführenden Gesteine den Gesichtspunkt festzuhalten, diejenigen zunächst zu besprechen, die sich am unmittelbarsten auf andere Gesteine beziehen oder die die geringsten metamorphischen Erscheinungen erwarten lassen. Daran schlossen sich dann solche Gesteine die einen fortgeschrittenen, ausgesprochenen Metamorphismus zeigen.

*Protopin.* Ein schönes Gestein von *Enval* bei *Volvic* (*Auvergne*), welches dort als unregelmäßige Einlagerung im Granit vorkommt, besteht aus einem nicht sehr grobkörnigen oder sehr gleichmäßigen Gemenge von fleischrothem Orthoklas, dunkelgrüner Hornblende und wenigem, körnigem, bröcklichem Quarze. Dazwischen erscheinen vereinzelte kleine Lamellen einer grünlichen Talkvarietät. Auch kommen einzelne Pinite in dem Gesteine vor, welches von feinen Quarzadern durchzogen wird. Mit dem bloßen Auge ist kein zweiter Feldspath zu erkennen. Das Gestein ist ein Syenit.

In Dünnschliffen zeigt sich zunächst, daß außer dem Orthoklas auch ein klinoklastischer Feldspath ziemlich reichlich vorhanden ist. Beide Feldspathe zeigen einen hohen Grad der Zersetzung, so daß die meisten vollkommen undurchsichtig geworden sind. Der in Lamellen verwachsene trikliner Feldspath scheint noch mehr umgewandelt, wie der andere. Immerhin ist aber im polarisirten Lichte die lamellare Streifung noch deutlich erkennbar. Ueberhaupt zeigen aber diese zersetzten Feldspathe nur eine sehr geringe Einwirkung auf das polarisirte Licht. Wenn an einigen der innere Kern noch eine deutlichere Lichtwirkung zeigt, ist der Rand meist vollkommen unwirksam geworden und verhält sich wie amorphe Körper. Die Begränzungen der einzelnen Feldspathkry-

1) Auch die Schlitze von Voigt und Hochgesang in Göttingen, die ich schon früher empfohlen, leisteten hier treffliches.

stalle gegen einander sind verwischt und undeutlich, wo sie mit dem klaren Quarze in Berührung stehen, lassen die Umrisse sich scharf erkennen. Mit der Zersetzung scheint auch die durch eindringendes Eisenoxyd bewirkte Färbung im Zusammenhang zu stehen, vielleicht ganz dadurch hervorgerufen zu werden. Auch die Hornblende zeigt deutliche Spuren der Verwitterung, schmutzig gelbbraune Flecken erfüllen die lauchgrüne Hornblendemasse in der Richtung ihrer Spaltungsflächen. Kleine und wenige Schuppen und gewundene Leistchen eines lauchgrünen, talkartigen Minerals liegen in den verwitterten Feldspathparthien inne und es läßt sich gut erkennen, wie dasselbe auf den durch die Zersetzung gelockerten Spaltungsflächen in das Innere dringt. Mit der Hornblende scheinen diese Talkblättchen nirgendwo in Zusammenhang zu stehen. Wir sehen hier die ersten Anfänge einer Protoginisierung dieses ursprünglich ächten Syenitgranites. Interessante Erscheinungen in einem Dünnschliffe bot ein denselben durchsetzender äußerst feiner Durchgang. Feldspath- und Hornblendekrystalle werden durch diese Ader durchschnitten. Bei einem größeren Hornblendekrystall passen die Enden der beiden Bruchstücke ganz scharf in einander. Sie erscheinen durchaus nicht seitlich gegen einander, sondern nur auseinander verschoben. Nur eine ruhige nicht gewaltsame Bildung dieses Quarzanges durch bloßes Auseinanderdrücken der beiden Seiten kann dieses sowie die vollkommen scharfeckigen Conturen der Bruchflächen erklären. Aufser solchen kleinen Adern ist der Quarz aber auch an andern Stellen später in das Gestein eingetreten. Unregelmäßige Hohlräume zwischen den Feldspathen sind mit Quarz erfüllt; einzelne zerbrochene Quarzdihexaëder mit Quarz wieder verkittet. Eintreten des talkigen Minerals ist der erste Beginn der Metamorphose; der Pinitoid ist ein mikrokristallines Silicat von grünlicher Farbe, welches Pseudomorphosen nach Feldspath bildete. An ähnliche Bildungen muß daher auch hier gedacht werden.

Ein feinkörniger Protogin von *les Boulons* bei *Chateau neuf (Auvergne)* zeigt eine gleiche mineralische Zusammensetzung, aber bei äußerst feinkörniger Ausbildung: Rothe Feldspathe, zierliche schwarze Hornblendesäulchen, die letzteren außerordentlich reichlich. Triklone Feldspathe scheinen nicht vorhanden. In Dünnschliffen zeigt derselbe eine fortgeschrittene Zersetzung. Von den zersetzten Feldspathen sind die Umrisse gänzlich verwischt, meist sind rundliche dunkle Flecken übrig ohne irgend eine Einwirkung auf polarisirtes Licht. In den Zwischenräumen liegen zahlreiche Parthien des lauchgrünen talkigen Minerals, deutlich die feinblättrige Textur zeigend. Von der in dünnen Partikeln ebenfalls lauchgrünen Hornblende sind sie stets leicht durch den deutlichen Dichroismus der letzteren zu unterscheiden. Auch erscheint die Hornblende stets in regelmässig prismatischer Ausbildung, während das talkige Mineral unregelmässige Formen und eine oft radiale Faserung zeigt. Ausser den blättrigen Aggregaten erscheinen aber auch gelbgrüne lange Nadeln eines ähnlichen Minerals. In einigen Hohlräumen in der Feldspathmasse bedeckt das grüne Mineral die Wände und nach innen schießen die gelblichen Nadeln zusammen. Jedenfalls stehen auch hier diese Mineralien in directem Zusammenhang mit dem Feldspath, während sie unabhängig von der Hornblende erscheinen. Während für manche Syenite das Vorkommen von Eläolith nachgewiesen ist, fehlt derselbe hier. Dagegen kommen schöne hexagonale Pinite vor. Es ist immerhin bemerkenswerth, daß die verschiedenen Fundstellen des Pinit in der *Auvergne* alle im Protogin liegen, so auch im vorhergehenden und dem noch folgenden Gestein. Wenn nun auch mit ziemlicher Sicherheit der Cordierit als das Muttermineral für den Pinit anzusehen ist, so könnte doch bei der schwankenden Zusammensetzung solcher Umwandlungsproducte wohl in einzelnen Fällen Nephelin in ein pinitähnliches Mineral umgewandelt werden. Sind ja doch die Varietäten des Liebenerit und Gieseokit von einigen Mineralogen mit dem Nephelin in

Verbindung gebracht worden. Das reichere Auftreten des talkigen Minerals in diesem Gestein mag wohl mit der feinkörnigeren Ausbildung im Zusammenhang stehen, die eine Zersetzung befördern muß. Auch das geognostische Vorkommen dieses Protogins ist mit Bezug auf seine Genesis bemerkenswerth. Es bildet sehr feine oft nur 2 bis 3 Decimeter dicke Gänge im Granit. Die Mitte eines solchen Ganges ist jedesmal durch ein Quarztrümmerchen eingenommen von 1 bis 2 Centimeter Dicke, der Protogin bildet auf beiden Seiten die Saalbänder. Wenn Lecoq, wo er dieses Vorkommens gedenkt<sup>1)</sup>, fragt, ob die Gegenwart des Protogin einer metamorphischen Einwirkung des Quarzes zuzuschreiben sey, so scheint mir dadurch das einfache Verhältniß vollkommen durch das Bemühen verdunkelt zu werden, allenthalben Contactmetamorphosen zu sehen. Als sich die Spalte im Granit bildete, circulirten darin die zersetzenden Gewässer und verwandelten den Granit der beiden Wände in Protogin. Nachher erfolgte erst die Ausfüllung der Spalte mit Quarz auf einfachem wässrigem Wege.

Ein grobkörniger, porphyrtartig ausgebildeter Protogin findet sich an den Ufern der *Sioule* unweit *Pranal* bei *Pontgibaud* (*Auvergne*). Große oft zolllange Orthoklaskrystalle und Zwillinge und zahlreiche rundliche Körner und Dihexaëder von Quarz bilden die hervortretenden Bestandtheile. Der Orthoklas ist weiß oder gelblich, an einigen Stellen schön pfirsichblüthroth gefärbt, vielleicht durch Kobalt. Zahlreiche sehr kleine Hornblendenadeln liegen im Gestein und ein dem bloßen Auge leicht erkennbares talkiges Mineral in gelben Schüppchen. Das Gestein führt viel Pinit.

Im Dünnschliffe erscheint die Zersetzung vorzugsweise auf die Grundmasse gewirkt zu haben. Zwar erscheinen auch die größeren Feldspathe durchaus undurchsichtig und trüb, aber es erscheinen in denselben doch nur vereinzelte Leisten gelblichen, gewundenen Talkes. Da-

<sup>1)</sup> Lecoq, *Epoques geol. de l'Auvergne I*, 204.



gegen ist die Grundmasse durchaus davon erfüllt. Wenn wir die Grundmasse eines sehr ähnlichen Porphyrs von Manzat vergleichend betrachten, so zeigt sich uns diese als ein deutlich krystallinisches Gemenge von Quarz und Feldspath. Hier ist aber keine Zusammensetzung mehr erkennbar. Die winzigen Quarze heben sich im polarisirten Lichte noch deutlich ab, die ganze übrige Masse bietet nur fleckenweise Feldspaths substanz, ohne Form und Wirkung im polarisirten Lichte. Dazwischen liegen in überwiegender Menge die gelblichen, fasrigen, meist etwas gewundenen, an den Enden ausgefranzten Leistchen des talkigen Minerals. Sie liegen regellos durcheinander, zeigen keinerlei Parallelstellung, wohl aber eine Neigung zu radialer, sternförmiger Gruppierung. An einzelnen Stellen ist die Grundmasse durchaus aus solchen Schuppen und Leistchen gebildet und unterscheidet sich dann gar nicht von dem Aussehn der gleichen Grundmasse in einigen Paragonitgneissen und Schiefern. Auch in diesen Dünnschliffen ist nirgendwo ein directer örtlicher Zusammenhang zwischen Hornblende und dem talkigen Minerale erkennbar; wohl aber mit den Feldspathen. Die Umrisse eines größeren Feldspathkrystals sind saumartig von radial gestellten Leistchen dieses Talk-Minerals umgeben. Die fortschreitende Zersetzung würde in diesem Falle eine vollkommene schieferähnliche Masse geben können. Da ist es wieder recht interessant, daß uns im engsten geognostischen Verbande das Endresultat der Zersetzung geboten ist. Der untersuchte Protogin bildet einen mächtigen Gang im Glimmerschiefer in der Nähe von Pranal, unweit der unter ganz gleichen Neigungs- und Einfallsverhältnissen auftretenden Bleiglanz führenden Gänge von *Pontgibeaud*. Die Saalbänder des Glanzes erscheinen vollkommen zersetzt. Lecoq beschreibt das Gestein der Saalbänder als *phyllade porphyroïde*. Wenngleich sie scharf gegen den die Mitte bildenden Protogin abschneiden, so sind sie doch nur das Resultat seiner vollständigen Zersetzung. Die noch er-

kennbaren Feldspathkrystalle, die allerdings vollkommen in eine erdige, weiße, kaolinartige Masse mit vielen glänzenden Schüppchen durchzogen, übergegangen sind, die wohl erhaltenen Quarzdihexaëder und Körner, kleine sehr verwitterte Hornblendereste, lassen keinen Zweifel, daß wir das *in situ* gebildete Zersetzungsproduct des Porphyrs oder eines ganz gleichen Gesteines vor uns haben. In einer grauen thonschieferartigen Grundmasse, die im Mikroskope durchaus aus gelblichen, schuppigen Talkaggregaten untermengt mit Feldspathresten und winzigen Quarzpartikelchen besteht, so daß sie fast das Aussehen eines klastischen Gemenges erhält, liegen außer den schon genannten größeren Mineralresten, zahlreiche verschiedenfarbige Glimmerblättchen, die dem Protogin noch fehlen. Die ganze Masse ist von diesen gelben, röthlichen und dunkelbraunen Glimmerblättchen vollkommen durchsetzt, die eine gewisse, wenn auch unvollkommene Parallellagerung erkennen lassen. Das Gestein erscheint entsprechend unvollkommen schiefrig, die Schieferung steht senkrecht auf den Stößen des Ganges. Hier ist es unzweifelhaft, daß die Zersetzung eines Porphyrs durch pinitführenden Protogin hindurch ein glimmerreiches, talkiges Thongestein hervorgebracht hat, dem nur die noch vollkommenere Schieferung fehlt, um ein echter Thonglimmerschiefer zu seyn.

Diese Schieferung hätte dem Gestein durch bloße mechanische Wirkungen noch gegeben werden können. Die Umwandlung der Bestandtheile hat aber mineralogisch nichts erstaunliches, da die einschlagenden Pseudomorphosen bekannt sind.

**Granulit.** Das untersuchte Gestein ist ein typischer Granulit von Eitzdorf in Sachsen. Schwach röthlicher Feldspath und lichtgrauer Quarz sind in Schnüren und Streifen mit einander verwachsen und bedingen dadurch eine zwar sehr unvollkommene schiefrige Textur des Gesteines, die erst beim Anschleifen des Gesteines in der Quere deutlicher hervortritt. Im Gesteine zerstreut liegen zahlreiche stecknadelkopfgroße bis mikroskopisch winzige

Kügelchen und tropfenähnliche Formen von Granit, selten wohl ausgebildete Dodekaëderformen zeigend.

In Dünnschliffen zeigt sich zunächst trefflich die Art der Verwachsung zwischen Feldspath und Quarz. Lager ziemlich parallel gerichteter Schnüre von Quarz ziehen sich in diesem Verbande zwischen dem Feldspath hindurch. Während aber der Quarz in grösseren Stücken einem Krystallindividuum anzugehören scheint, ist der Feldspath ein Gemenge vieler kleiner Krystalle. Dieselben gehören alle einer Varietät, dem Orthoklas an, nicht die Spur eines triklinen Feldspathes ist zu finden. Eine Art Streifung oder vielmehr feiner Faserung, die an einigen Feldspathparthien sichtbar wird, ist keine lamellare Verwachsung, im polarisirtem Lichte fehlt jede bunte Streifung, sondern wohl nur durch die beginnende Verwitterung bedingt, indem nach der Spaltungsrichtung dieselbe lagenweise erfolgt und das Gefüge lockert. Durch die Streifung, die sich bei den verschiedenen Individuen mannigfach kreuzt, lassen sich dieselben ihrer Lage nach einigermaassen orientiren. Bruchstücke von Feldspath erscheinen im Quarze eingeschlossen, dagegen liegen kleinere Quarzparthien nicht im Feldspathe. Die Quarze sind wasserhell und reich an allen Einschlüssen, wie sie für die Quarze der Granite bekannt sind: Poren mit Bläschen in reihenweiser Anordnung und zugleich bei einander liegend und die sogenannten Dampfporen. Die Art, wie sich Quarz und Feldspath umschließen, gestattet die Annahme, daß der Erstarrungsproceß beider ziemlich gleichzeitig vollendet seyn mußte, wenn auch der Quarz vielleicht länger als der Feldspath in plastischem Zustande verharrete. Der Feldspath bildete ein Gewirre ziemlich vollkommener einzelner Individuen. Der Quarz hatte dazwischen das Bestreben größere Individuen zu bilden, deren Form nicht vollkommen wurde, weil der Feldspath den Raum beschränkte. Bemerkenswerth und nicht ohne Bedeutung für die Erstarrungsfolge scheint die im Folgenden erwähnte Beobachtung, daß die Granaten nur im Feldspath liegen, nicht im Quarze. Eine

später erfolgende Erstarrung des Quarzes scheint dadurch ausgeschlossen. Nur soviel Plasticität behielt er noch, daß sich die entstehenden Granaten in seine äußeren Flächen hineindrücken konnten, wie es einzelne aus dem Feldspath in den Quarz hineinragende Granaten zeigen. Die zahlreichen blaßrothen, im Dünnschliffe fast weißen Granaten sind nicht gleichmäßig durch das Gestein vertheilt. Sie liegen alle im Feldspathe eingebettet, an einzelnen Stellen dicht gehäuft. Nur wenige zeigen eine vollkommene Krystallform. Meist sind es rundliche oder tropfenartig gedehnte Gestalten. Sofort in die Augen fallend und unverkennbar sind die zahlreich in ihnen eingeschlossenen kleinen Granaten, die meist regelmäßige dodekaëdrische Umrisse erkennen lassen. Während aber einzelne Granaten keinen dieser kleineren Granaten einschließen, liegen sie in anderen in Gruppen von sechs bis sieben zusammen. Außer ihnen erscheinen Poren und Hohlräume, sowie vereinzelte dihexaëdrische Quarzkörner, die sich im polarisirten Lichte in bunten Farben scharf aus der dunklen Masse des Granates abheben. In einigen der eingeschlossenen kleinen Granaten waren wieder ganz winzige Granaten eingeschlossen, erst bei starker Vergrößerung sichtbar. Außerdem enthalten die Granaten Einschlüsse nadelförmiger Kryställchen von Turmalin und vielleicht auch Hornblende. In den Feldspathparthien des Gesteines finden sich noch verschiedene kleine säulchen- und nadelförmige Einschlüsse. Dunkelbraune Säulchen von Hornblende sind deutlich zu erkennen an Spaltbarkeit und Dichroismus. Erscheinungen, wie sie v. Drasche in seiner Beschreibung der mineralogischen Zusammensetzung der Eklogite schildert<sup>1)</sup>, daß die Hornblende den Granat vielfach in Zonen umgiebt, lassen sich in diesem Gesteine nicht wahrnehmen. Olivengrüne oder graugelbe, kurze, anscheinend prismatische Formen, deutlich im polarisirten Licht reagierend mit einer vollkommenen Spaltungsrichtung sehr schief gegen das Prisma und einer zweiten weniger vollkommenen

1) Tschermak, Mineral. Mittheilungen 2, Heft.

nach dem Prisma, viele im Querschnitte einen spitzen verzogenen Rhombus mit etwas abgerundeten Ecken zeigend, dürften vielleicht als Axinit anzusehen seyn. Wenn man bedenkt, daß derselbe mit Granat und Turmalin zusammen das Gestein der Botallackgrube in Cornwall bildet, so hat die vorliegende Annahme nichts erstaunliches. Für Turmalin sind eine dritte Art winziger Nadeln zu halten. Es sind sehr lange scharf gerandete, feine Nadeln, farblos oder gelblich, sehr durchsichtig, ohne irgend eine Art von Spaltung und ohne pyramidale Endigung. Sie zeigen häufig die an größeren Turmalinen bekannte Erscheinung, daß ihre Köpfe einen Streifen einer dunkleren Färbung zeigen. Sie sind von den letztgenannten Mineralien am häufigsten, liegen aber meist einzeln, nicht zu Gruppen verwachsen, aber viele nahe bei einander. Außer den bisher angeführten Mineralien erscheinen vereinzelte Parthien eines gelblichen Glimmers, der einzige Bestandtheil, an dem sich Spuren einer Zersetzung und Umwandlung erkennen lassen. An den Stellen, wo die gelben, unregelmäßig geformten Glimmerblättchen liegen, zeigen sich zunächst dunkelgrüne, undurchsichtige Anhäufungen eines chloritischen Minerals und dort, wo der Glimmer ganz verschwunden scheint, tritt ein dichtes, regellooses Gewirre weißer, langprismatischer Kryställchen hinzu. Während die schwarz-grünen Parthien in ihrem schuppigen Gefüge ihre chloritische Natur erkennen lassen, die sich auch dadurch bestätigt, daß nach Behandlung eines Dünnschliffes mit Schwefelsäure dieselben verschwinden, ist die Natur der weißen Nadeln nicht so ohne weiteres zu erkennen. Es sind größere und kleinere Kryställchen (bei 400 facher Vergrößerung), an einzelnen eine Zuspitzung an dem Ende zu erkennen, unempfindlich gegen Säuren, geben im polarisirten Lichte schöne Farben. Am ehesten ist wohl an ein asbestartiges Mineral zu denken, mit dem es beim Vergleiche allerdings große Aehnlichkeit hat. Da die Umwandlung von Glimmer in Asbest auch anderweitig bekannt ist, wie z. B. die von Senft

erwähnte, von Dr. Kranz herrührende Biotitstufe von Hermannschlag in Mähren zeigt<sup>1)</sup>, so gewinnt dadurch die obige Annahme eine Stütze.

Fassen wir nun die gesammten Erscheinungen, wie sie uns in den Dünnschliffen vorlagen, in's Auge, so können wir in genetischer Beziehung zunächst den unmittelbaren Schluß ziehen, daß Spuren irgend einer Metamorphose in diesem Granulit nur sehr spärlich vorhanden sind. Feldspath, Quarz, Granat, Turmalin, Axinit, Hornblende und auch wohl der wenige Glimmer sind ursprünglich und in demselben Bildungsakte entstanden; Quarz umschließt nur wenige dieser Mineralien, er findet sich im Granat, dieser zeigt die unvollkommenste Form, zahlreiche vollkommene Granaten in sich eingeschlossen. Wenn eine Erstarrungsreihe überhaupt wahrscheinlich, so ist wohl Quarz zuerst und Granat zuletzt erstarrt. Nur Turmalin ist auch im Quarze eingeschlossen. Ganz unwahrscheinlich wird vor allem die Annahme einer secundären Granatbildung. Die Feldspathe erscheinen noch frisch und unzersetzt, die Granate ragen deutlich in den Quarz hinein. So bestätigen die Einzelheiten der mikroskopischen Zusammensetzung die schon von Naumann für die Granulite Sachsen's mit aller Bestimmtheit ausgesprochene Ansicht, daß sie echt eruptive Gesteine seyen. Die Bedingungen der genetischen Vorgänge müssen ganz analog mit den Graniten beurtheilt werden.

**Dichroitgneiss.** Im Gebiete der sächsischen Granulitformation kommt ausgezeichneter Dichroitgneiss in der Gegend von Rochsburg und Schönborn, sowie bei Wechselburg im Chemnitzthale vor; von dort rühren auch die zu Dünnschliffen verwendeten Stücke her. Es ist ein grobfasriger Gneiß, ein Gemenge von vielem Feldspath von körnigem, bröcklichem Ansehen, wenig grauem Quarze, beide in linsenförmigen Parthien mit einander verwachsen, reichlich dunklem Glimmer, nicht parallel den Fasern des Gneisses, sondern in einzelnen Blättchen oder kleine An-

1) Senft, Felsgemengtheile 714.

häufungen mehrerer Blättchen durch das ganze Gestein regellos zerstreut, endlich blaugrauem in's violette spielendem Dichroit, der mit Feldspath und Quarz verwachsen ist, oder in streifigen Parthien die Linsen dieser umgiebt.

Im Dünnschliffe zerlegt sich das Gestein deutlich in zweierlei schon mit der Lupe erkennbare, verschiedenartige Mineralaggregate. Helle fast glimmerfreie Parthien bestehen aus einem nur durch eine wenig hervortretende Grundmasse verbundenen, durchaus körnigen Gemenge von Feldspath, vereinzelt Quarzen und schwach violettem Dichroit. Diese Aggregate sind von verschiedener Gröfse, alle, auch die kleinsten, von gleicher Zusammensetzung und Structur. Der Feldspath erscheint nicht nur in unregelmäßigen rundlichen Querschnitten, nur selten in ausgebildeten Krystallformen, sondern er bildet auch an einigen Stellen deutlich die Zwischenmasse zwischen den andern Mineralien, vollkommen die unregelmäßigen, der Form nach zufälligen Zwischenräume erfüllend. Hiernach dürfte seine Erstarrung zuletzt erfolgt seyn, jedenfalls auch nach den in diesem Gemenge liegenden Dichroitkörnern. Die Feldspathe gehören fast ausschließlich einer orthoklastischen Varietät an, nur wenige kleine Partikeln ließen an der deutlichen buntfarbigen Streifung der lamellaren Verwachsung einen triklinen Feldspath erkennen. In den Feldspathen liegen reichlich sogenannte Dampfporen in langen Reihen hinter einander, nur sparsam finden sich andere Einschlüsse. Sehr kleine, äußerst regelmäßig hexagonal geformte Glimmerblättchen, sowie einzelne lange nadelförmige Krystalliten, die nach verschiedenen Richtungen hin den Feldspathkrystall durchsetzen, sind vorhanden. Deutliche Zersetzungszoneu umgeben manche Feldspathquerschnitte. Bei einigen erscheint in der That eine vollkommen talkähnliche Bildung bereits weit vorgeschritten, ein gelblich grünliches Mineral von undeutlich fasriger Textur umgiebt einzelne Feldspathe und dringt die äußere Umrisse gewissermaßen ausfransend in das Innere ein. Dabei treten dann im Innern die



schon erwähnten gelblichen Nadeln auf, so daß es evident erscheint, daß auch diese erst in Folge der Zersetzung und Umwandlung in den Feldspath hineingebildet wurden, und demnach nicht wesentlich von den noch zu erwähnenden Bildungen in den Dichroiten abweichen dürften. Die Quarze zeigen ganz die Eigenthümlichkeiten, die sie in Graniten zu haben pflegen. Die Grundmasse dieser Aggregate aus Feldspath, Quarz und Dichroit ist schon zu erkennen; es erscheint an einigen Stellen eine einfach lichtbrechende, durchaus homogene, etwas fasrige Masse zwischen den Körnern, es dürfte aber gewagt scheinen, diese mit Sicherheit als Grundmasse anzusprechen. Sehr bemerkenswerth erscheinen nun die Parthien der zweiten Art. Um die geschilderten körnigen Aggregate ziehen sich mit einer Art von Fluidalstructur von größeren und kleineren Glimmerblättchen durchaus erfüllt Dichroitparthien von schon mit der Lupe sichtbarer feinfasriger Textur, matt und undurchsichtig, nur zum Theil mit schwach violetter Farbe durchscheinend. Unter dem Mikroskope zeigt sich, daß diese Dichroitparthien zum weitaus größten Theile nicht homogenes Mineral sind, sondern von einem dichten Haufwerke äußerst feiner langer Nadeln erfüllt werden, die durchaus regellos verwachsen, nach dem Innern einer Dichroitparthie zu so fein und dicht werden, daß die Dichroitmasse undurchsichtig wird, und die einzelnen Fäden dieses dichten Gewebes nicht mehr entwirrt werden können. Nur wenige Dichroitparthien erscheinen davon nicht durchaus erfüllt. Die in den vorher beschriebenen Aggregaten inneliegenden Körner enthalten meist nur im Centrum eine Gruppe solcher Nadeln, der Rand ist noch klar und scheint schwach violett durch. Gerade da, wo das Gewirre der Nadeln nicht so ganz dicht erscheint, lassen sich einige Erscheinungen beobachten, die auf die Art des successiven Auftretens derselben Licht werfen. Zunächst erscheinen im Dichroite, den Spalten folgend, nur einzelne tropfenähnliche oder auch schon prismatische Gestalten eines gelblichen öglänzenden, gewiß talkartigen Productes;

fasrige Streifen solcher gelblichen Masse ziehen sich zwischen den einzelnen Dichroitkörnern hindurch oder in dieselben hin. Den wellenförmigen Streifen folgend, schiessen dann rechts und links die weissen Nadeln an; wo sie die Masse des Dichroites ganz erfüllen, ist nicht die Spur von dem ersten, gelbgrünen talkigen Minerale übrig. Das dichte Gewirre der Nadeln ist an die Stelle getreten; aber auch von eigentlicher Dichroitmasse dürfte nichts mehr vorhanden seyn. Die Nadeln haben verschiedene Grösse, die gröfsern zeigen im polarisirten Lichte deutliche buntfarbige Reaction, die Aggregate erscheinen dann als schön vielfarbig gestreifte Büschel. Was die Natur dieser Nadeln, die offenbar ein Umwandlungsproduct des Dichroites sind, angeht, so ist es nicht leicht eine Entscheidung zu treffen, wenn man bedenkt, in welcher vielgestaltigen, schwankenden Weise die ganze Reihe der sog. pinitoidischen Mineralien vorzukommen pflegt. Ein solches, vielleicht eine metaxitartige Form des Talkes, dürfte auch das vorliegende Mineral seyn. Der Erscheinung nach könnte auch an Asbest gedacht werden, dessen mikroskopisches Bild eine grofse Uebereinstimmung mit dem in Frage stehenden Minerale bietet. In den eigentlichen Umwandlungsmineralien des Dichroit: dem Fahlunit, Weissit u. a. findet sich nichts verwandtes, so wenig wie in seinen Zersetzungsproducten dem Aspasiolith, Esmarkit u. a. Von besonderem Interesse ist noch das Verhältnifs des Glimmers zum Dichroit. Kein Dichroitkorn ist ganz frei davon. Von gröfseren braunen Glimmerblättchen umsäumt erscheinen einzelne Dichroitparthien. Die Conturen der Glimmerblätter sind unregelmäfsig und zersetzt, sie sind schmutzig gefleckt und zeigen Uebergänge zu erdigen, undurchsichtigen chloritischen Producten. Dagegen erscheinen die oft winzigen kleinen im Dichroit inneliegenden Glimmerblättchen meist mit durchaus regelmäfsigen hexagonalen Umrissen und von klarer gelb-brauner Farbe. Wo die Nadeln den Dichroit erfüllen, fehlen die Glimmerblättchen. Der Gedanke liegt hier nahe, dafs es eine Neubildung seyn

dürfte, wie die Nadeln des talkartigen Minerals selbst. Jedoch schließt die eine Bildung die andere aus. Gleichzeitig unterliegen die größeren Glimmerparthien schon wieder einer weiteren Zersetzung, so daß wir hier vor Umwandlungs- und Bildungsprocessen stehen, die nach verschiedener Richtung hinarbeiten und gleichzeitig im Gesteine vorhanden sind. Gegen die Ansicht, als ob der Dichroit erst aus dem Glimmer entstanden seyn sollte, sprechen dagegen alle Einzelheiten dieser Dünnschliffe, vor allem auch die Art der Verwachsung von Feldspath, Quarz und Dichroit. Weit eher scheint der umgekehrte Gang der Umwandlung eingehalten worden zu seyn. Dichroit, der zur Bildung pinitoïdischer Mineralien hinneigt, scheint hier ein wenigstens nahe verwandtes talk- oder steatitähnliches Mineral in sich zu bilden. Ein nicht sehr verschiedenes Mineral ergiebt auch die Zersetzung des Feldspathes. Im Dichroit scheint aber auch direct Glimmer zu entstehen. Gewiß kann also ein Talk und Glimmerschiefer ähnliches Gestein das Endresultat der Gesteinsumwandlung seyn, wohl kaum aber auch der Ausgang. Das Dichroitgestein ist wie der Granulit ursprünglich eruptiv, in ihm erscheinen jedoch Spuren einer weiter vorgeschrittenen Mineralwandlung als in diesem. Mit der Annahme einer allmähigen *in situ* vor sich gehenden Umwandlung ursprünglich mehr oder weniger granitähnlichen Gesteine zu glimmerreichen Gneissen und Schiefen steht das geognostische Vorkommen dieser Gesteine, die in einem Mantel von Glimmerschiefer eingeschlossen erscheinen, offenbar nicht im Widerspruch. Die äußere Hülle einer solchen Gesteinsmasse muß die fortgeschrittenste Verwandlung zeigen.

In dem Dichroit von Bodenmais in Bayern, der ein weitaus frischeres Aussehn, eine schön violette Farbe und klare Durchsichtigkeit besitzt, fehlen ähnliche Nadeln eines talkartigen Minerals nicht, jedoch erscheinen sie vereinzelt oder nur zu kleinen Gruppen vereinigt. Auffallend sind hier dagegen zahllose, etwas längliche Poren, die eine durchaus parallele Stellung zeigen, sowie kleine Krystal-

liter  
Spa  
zers  
Blat  
deu  
groß  
sch  
St.  
den  
erk  
gän  
kom  
zeln  
ner

(Au

I  
für  
äh  
sie  
Gr  
ter  
vo  
Fe  
da  
ke  
vo  
lu  
na  
m  
de  
F

1  
2

liten, ebenfalls in der gleichen Richtung gelagert. Auf Spalten, sowie in den Poren in der ganzen Dichroitmasse zerstreut, liegen zahlreiche rothbraune durchscheinende Blättchen, verzogene hexagonale, schief vierseitige, immer deutlich polyëdrische Querschnitte zeigend. Sie sind von großer Uebereinstimmung mit den von Kosmann beschriebenen Blättchen von Brookit im Hypersthen der St. Pauls Insel <sup>1)</sup>. Glimmer ist hier fast gar nicht vorhanden, ein Zusammenhang desselben mit Dichroit nirgendwo erkennbar. Wohl aber lassen sich recht schön die Uebergänge der Dichroitmasse in grünliche und röthliche unvollkommen fasrige Zersetzungsproducte wahrnehmen, die einzelne Dichroitkörner umsäumen. In ihren Färbungen erinnern sie durchaus an Aspasiolith und ähnliche Tochterminerale des Dichroit.

(Schluß im nächsten Heft.)

## XI. *Zur dynamischen Theorie der Gase;* *von Victor v. Lang.*

(Aus den Sitzungsber. d. Wien. Akd. d. Wissensch. Bd. 65 vom Hrn. Verf. mitgetheilt.)

Ich habe vor Kurzem <sup>2)</sup> gezeigt, daß die von Clausius für die Wärmeleitung in Gasen aufgestellte Formel durch ähnliche einfache Betrachtungen erhalten werden kann, wie sie Krönig seinerseits zur Erklärung des Druckes der Gase in Anwendung brachte. Das Resultat meiner Untersuchung stimmte allerdings insofern nicht ganz mit dem von Clausius, als ich einen Factor  $\frac{1}{12}$  erhielt, wo in der Formel von Clausius der Factor  $\frac{5}{24}$  erscheint. Ich habe damals keinen Werth auf diesen Unterschied gelegt, da ja keine Angaben über das Wärmeleitungsvermögen der Gase vorlagen. Seitdem ist es jedoch Hrn. Director Stefan gelungen das Leitungsvermögen der Luft mit großer Genauigkeit zu bestimmen, und da zeigt es sich, daß weder mit dem Factor  $\frac{1}{12}$  noch mit dem Factor  $\frac{5}{24}$  die Formel der Beobachtung entspricht, letztere fordert vielmehr den Factor  $\frac{1}{4}$ . Es ist aber leicht, die von mir gegebene Ab-

1) Jahrb. f. Min. Jahrg. 1871, S. 500.

2) Diese Ann. Bd. 145, S. 290.

leitung so zu transformiren, daß dieser Factor herauskommt, und ich glaube, daß durch diese Aenderung mein Verfahren nur logischer wird.

Bevor ich nun im Anschlusse an meine erste Abhandlung nochmals die Wärmeleitung in Betracht ziehe, will ich noch einige Bemerkungen über den Factor  $K$  vorausschicken, mit welchem man die lebendige Kraft  $L$  der fortschreitenden Bewegung der Molecüle multipliciren muß, um die im Gase enthaltene Wärmemenge  $W$  zu finden.

Wärmemenge eines Gases.

Ist  $C$  die spezifische Wärme bei constantem Volumen,  $G$  das Gewicht des Gases, so hat man für die Wärme  $U$ , welche man demselben bei constantem Volumen zuführen muß, um dessen Temperatur auf die absolute Temperatur  $T$  zu bringen, bekanntlich

$$(1) \quad U = CGT.$$

Nun ist, wenn  $m$  die Masse eines Molecüls,  $c$  die mittlere Geschwindigkeit und  $N$  die Anzahl derselben bedeutet,

$$(2) \quad G = Nm g = 2 \frac{g}{c^2} \frac{Nm}{2} c^2 = 2 \frac{g}{c^2} L.$$

Demzufolge wird Gleichung (1)

$$(3) \quad U = 2 C \frac{gT}{c^2} L.$$

Diese Gleichung lehrt, daß die Wärme  $W$  proportional der mittleren lebendigen Kraft der Molecüle ist. Der Factor von  $L$

$$(4) \quad K = 2 C \frac{gT}{c^2}$$

ist nämlich unabhängig von Druck und Temperatur, da

$$(5) \quad \frac{c^2}{T} = \frac{c_0^2}{T_0}$$

wo der Index 0 sich auf den Eispunkt bezieht (5). Somit wird

$$(6) \quad K = 2 C G \frac{T_0}{u_0}$$

Für Luft ist unter Zugrundelegung von Kilogramm und Meter  $C=0.168$ ,  $c_0=485$ ; ferner hat man  $g=9.809$ ,  $T_0=273$ , woraus

$$K = \frac{1}{261}$$

folgt. Nach dieser Rechnung würden einer Wärmeeinheit

nur 261 Arbeitseinheiten entsprechen, während sie erfahrungsgemäß 424 solcher Einheiten äquivalent ist, woraus hervorgeht, daß von der einem Gase bei constantem Volumen zugeführten Wärme nur  $\frac{261}{424} = 0.60$  Theile zur Erhöhung der lebendigen Kraft der fortschreitenden Bewegung der Gasmoleculé verwendet werden können. Bekanntlich hat Clausius dieses Resultat schon seit langer Zeit auf einem etwas anderen Wege abgeleitet.

#### Wärmeleitung.

Wir nehmen an, daß die Temperatur mit der  $z$ -Axe variire; für die lebendige Kraft der Moleculé, welche sich aus der Entfernung  $z$  senkrecht durch die  $xy$ -Ebene bewegen, hat man per Flächen- und Zeiteinheit

$$\frac{m n_a c_a^3}{6 \theta_a} dz = \frac{m n_a c_a^3}{6 l_a} dz.$$

In diesen Ausdrücken nun betrachten wir  $l_a$  als constant in Uebereinstimmung mit der folgenden Summation, wo für  $l_a$  ebenfalls ein Mittelwerth gesetzt werden muß. Ist aber  $l_a$  constant, so muß auch  $n_a$  constant seyn, da ja zwischen diesen Größen die Beziehung

$$(7) \quad l = \frac{3}{4 \pi z^2 n}$$

besteht. Statt des früheren Ausdruckes erhalten wir so

$$\frac{m n c_a^3}{6 l} dz = \frac{m n c^3}{6 l} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} dz = \frac{m n c^3}{6 l} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{dT}{dz} \frac{z}{T} \right) dz.$$

Die betrachteten Moleculé gehen alle bis zur Entfernung  $l - z$  und haben dort die entsprechende lebendige Kraft

$$\frac{n m c^3}{6 l} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{dT}{dz} \frac{z - l}{T} \right) dz$$

haben also die lebendige Kraft

$$\frac{n m c^3}{4 T} \frac{dT}{dz} dz$$

beim Durchgange durch die  $xy$ -Ebene verloren. Für die ganze an diese Ebene abgegebene lebendige Kraft aber erhält man

$$\frac{n m c^3 l}{4 T} = \frac{n_a m c_a^3}{4 T_0} \sqrt{\frac{T}{T_0}} \frac{dT}{dz} l_0.$$

Die diesen Ausdrücken entsprechende Wärmemenge  $Q$  erhält man nach dem früheren durch Multiplication mit  $2 C g \frac{T}{c}$ , so daß

$$(8) \quad Q = \frac{C}{2} g n m c l \frac{dT}{dz}$$

und für den eigentlichen Wärmeleitungscoefficienten

$$(9) \quad \omega = \frac{C}{2} g n m c l$$

wird. Nun ist der Theorie der inneren Reibung zufolge

$$(10) \quad G n m c l = 3 \eta$$

wo  $\eta$  sich auf die Masseneinheit bezieht; somit hat man auch

$$(11) \quad \omega = \frac{3}{2} C \eta.$$

Setzt man für Luft nur die Temperatur von  $18^\circ \text{C}$ . nach Maxwell und Meyer  $\eta = 0,0002$  und  $C = 1,6849$ , so wird  $\omega = 0,0000505$  unter Zugrundelegung von Gramm und Centimeter. Director Stefan fand das Wärmeleitungsvermögen der Luft zwischen  $0^\circ$  und  $15^\circ \text{C}$ . gleich  $0,0000558$ .

Die letzte Formel giebt ferner für Sauerstoff  $0,0000519$ , Stickstoff  $0,0000499$ , Wasserstoff  $0,0003544$ , wobei die von O. E. Meyer<sup>1)</sup> berechneten Werthe von  $\eta$  benutzt sind.

1) Diese Ann. Bd. 143, S. 14.